

MODEL ELICITING ACTIVITY FOR HYPOTHESIS TESTING WITH ENGINEERING STUDENTS

ACTIVIDAD PROVOCADORA DE MODELOS PARA PRUEBA DE HIPÓTESIS CON ESTUDIANTES DE INGENIERIA

Sergio Damian Camacho-Aguilar
Universidad de Guadalajara
damian.camacho18@uabc.edu.mx

Martha Elena Aguiar Barrera
Universidad de Guadalajara
martha.aguiar@academicos.udg.mx

Humberto Gutiérrez Pulido
Universidad de Guadalajara
humberto.gutierrez@cucei.udg.mx

This report describes the models that students from the Electronics Engineering Division of the University of Guadalajara built with the implementation of a model eliciting activity (MEA) called Nanomaterials. The purpose was to document and analyze the underlying ideas and relationships that the students exhibited when solving a near-real-life problem in which various concepts of statistical inference emerge. The theoretical framework used was the Models and Modeling Perspective (MMP). The results indicate that the implementation of the activity generated hypothesis testing models, which integrated various means of representation, decision making and the use of concepts such as: null hypothesis, alternative hypothesis, confidence level, mean, sample, among others associated with statistical inference.

Keywords: Experiment design, Modeling, Problem solving, STEM.

Introduction

Nowdays there is a lot of information in print and digital formats. This demands the mastery of tools to analyze and understand that information, and use it to make decisions for the benefit of society (Lesh & Doerr, 2003). People who understand the information around them in their different economic, social, political or cultural contexts can make sense of it and reap its benefits.

Hypothesis testing is considered to support data interpretation, decision making and statistical inference, which "is where the power of statistics lies" (Makar & Rubin, 2018, p. 264). However, there are conceptual complications associated with statistical inference, especially in hypothesis testing, such as: a) confusion in the logic of hypothesis testing, b) the way in which the null hypothesis and the alternative are combined, c) the construction of a statistical hypothesis (Inzunza & Jiménez, 2013; Lesh, 2010; Alvarado, Estrella, Retamal & Galindo, 2018; López, Batanero & Gea, 2018). These complications illustrate the complexity of the logic and fundamental concepts of hypothesis testing (Makar & Rubin, p. 269).

This study presents the results obtained in the implementation of a Model Eliciting Activity (MEA). It was developed under the Models and Modeling Perspective (MMP) (Lesh & Doerr, 2003; Lesh, Hoover, Hole, Kelly & Post, 2000). The activity simulated a problem close to real life where students could build mathematical interpretations and manipulate information to make decisions. With it, an alternative is sought to generate better access to statistical inference.

The questions that guided this research were: 1) what are the models that engineering students create to give meaning and solution to a real life problem situation, which is related to hypothesis testing, 2) what mathematical concepts emerge during the implementation of the activity associated with statistical inference?

Theoretical framework

In the MMP "models are expected to be among the most important kinds of knowledge that students" (Lesh, 2010, p.17). According to Lesh & Doerr models are considered as:

conceptual systems (consisting of elements, relations, operations, and rules governing interactions) that are expressed using external notation systems, and that are used to construct, describe, or explain the behaviors of other system(s)—perhaps so that the other system can be manipulated or predicted intelligently. (Lesh & Doerr, 2003, p. 10)

Furthermore, "models are assumed to be highly situated, continually adapting, richly distributed, and socially shaped human constructs " (Lesh, 2010, p. 19), where modeling, as the process of building and developing models, includes a "series of parallel, interactive sequences of interactive cycles in which current forms of thought are repeatedly expressed, tested and revised" (Lesh, 2010, p. 17). In the framework of MMP, MEAs are proposed in order to motivate students to solve real-life problems through the construction of mathematical models that allow them to generate solutions, and they can "repeatedly revealing, testing and refining or extending their ways of thinking " (Lesh et al., 2000, p. 597).

Methodology

The MEA, named Nanomaterials, developed from Ramirez, Yu, Xu & Chen (2015), poses a situation of uncertainty related to a production process. The activity consists of four pages, the first two of which present a newspaper article describing the manufacturing process (printing) of nano circuits for biosensors. The third page contains a section of warm-up questions that introduce the student to the production process and uses of biosensors in health. The fourth page introduces the students to the problem, which refers to the discrepancy that exists between the molds and the magnitude of the printed circuits, and asks them to support the production process technicians to determine with certainty and with the information they have, the type of discrepancy that exists between the molds and the printed circuits.

The activity was refined with five previous implementations with different students (April-October 2019), where several aspects were adjusted. It is until the sixth implementation that we consider that we achieved an activity that meets the attributes of the MPA.

The implementation of the activity was developed according to Lesh & Doerr's (2003) suggestions which are: 1) reading a newspaper article that introduces the student to the context (production of biosensors), 2) construction of interpretations developed in teams, and 3) exposition and discussion of constructed models. The teacher performs the roles of facilitator and observer.

The six principles for the design of MEAs were used in the construction and refinement of the activity. 1) Reality: the situation is likely to occur in the students' real life; 2) Model construction: the activity generates in students the need to build, modify or refine a model; 3) Documentation of the model: the students' constructions explicitly reveal how they are thinking about the situation and its resolution (initial, intermediate and final interpretations); 4) Self-evaluation: the students are clear how to evaluate if their constructions are useful or good enough; 5) Generalization of the model: the model built by the students can be used for other situations and shared with other people; 6) Simple prototype: the activity solution provides a useful prototype for interpreting other structurally similar situations (Lesh et al. 2000; Lesh & Doerr, 2003). However, for the analysis of results only the first four design principles could be evaluated, due to the availability of resources.

The initial, intermediate and final ideas outlined by Lesh and Doerr (2003) were integrated into the principle of documentation of the model, and these were characterized in the MEA as follows. a) The initial ideas were proposals about what data are important, how to address the problem, and what steps for solution are most useful, and may or may not be associated with the use of statistics. b)

Intermediate ideas were those focused on the identification and explanation of patterns, relations or specific behavior of the data of the situation to be solved; it includes the use measures of central tendency and dispersion, construction of descriptive graphs or simple operations such as obtaining differences between the data, among others. c) Final ideas were the formal approaches of null and alternative hypothesis, confidence levels to decide, making the decision to reject or accept the null hypothesis, and includes possible suggestions to improve the production process according to the results obtained.

The study was of a descriptive qualitative nature. The means of collecting information were: videos, audios, and the written (physical and digital) of seven students from the Electronic and Computer Engineering Division of the University of Guadalajara, who were finishing the Probability and Statistics course (second semester). The final information was obtained in a 60-90 minute session, where the implementation of the activity took place. Three work teams were organized, Team 1 with two members (1A, 1B), Team 2 with three (2A, 2B, 2C) and Team 3 with two students (3A, 3B).

Results

The main results of the study are summarized below. They have been grouped according to the six principles for the design of MEAs, which were outlined above.

Reality principle. The reading and discussion of the newspaper article on biosensor production allowed the students to engage with the context of the activity, and revealed the knowledge they had about biosensors. This was done by relating the activity to some biosensors that they already knew about: "Apple Watch, exercise band, cardio exercise machines, heart rate sensor, temperature sensor and step counter".

Model construction principle. Team 1 made a graph to visualize the behavior of the data (mold measurements and impressions), which helped them to understand and interpret the situation visually. Team 2 proposed procedures such as: obtaining differences between the measurements of the shapes and impressions, determining an average of each of the measurements, calculating the standard deviation and variance of the data in order to analyze the information.

Model documentation (initial, intermediate, and final ideas). The students during the implementation developed a series of interpretations that went through several modifications and refinements, which helped them to orient their work towards what they considered to be the best answer.

Initial interpretations. The teams in their first working dialogues mentioned ideas of how to analyze the information of the problem, but without arguing why they were useful: 1A: "What if we make a graph", 2B: "What if we take out the differences between the mold and the print", 2B: "Let's make a bell graph", 2A: "Let's make a scatter graph". It was identified that students initially resort to data analysis with graphs and manipulate them with simple operations (differences); with the idea of making sense of the information of the problem.

Intermediate interpretations. Students identified patterns and relationships after graphing the data set and calculating some statistics (mean, variance, standard deviation). For example, Team 1 looked at their line graph and noted a dependency relationship between the mold and print measurements; 1B: "the mold is larger than the print," 1B: "look at the means are different," but without formally making a correlation or hypothesis to prove the differences, they only made some informal statements that could lead them to make the null and void hypothesis; 1A: "in fact the measurements should be the same," 1B: "the mold is larger than the print".

Final interpretations. The final model in all teams was a hypothesis testing procedure, which integrated graphic, tabular, algebraic, written and verbal representations. Here they posed the relationship between the measurements of the molds and the prints, for example: 1A: "the null

hypothesis is that the measurements of the molds are equal", posed by the student that defines the type of contrast to be developed. 1B: "the other hypothesis is that the moulds are larger than the impressions". The approach of this alternative hypothesis complemented and guided the construction of his model, in addition to using other concepts such as: sample and confidence level to refine and define their model.

Principle of self-evaluation. Team 1, modified their decision to use graphs and linear regression to explain their proposed model. This was because, after a second analysis of the activity specifications, they felt that their proposal was not sufficiently useful. This redirected their work towards building a hypothesis test, a decision that they felt allowed them to test with greater certainty whether their guess was acceptable or not. In other words, the students self-evaluated the usefulness of their answer and modified it in search of a better one.

Conclusions

The MEA Nanomaterials contributed to the study of MMP, specifically in topic of hypothesis testing of inferential statistics, being an original design for electronic engineering students.

According to the research questions, the MEA Nanomaterials promoted the construction of models to perform the hypothesis testing procedure; which integrated different mathematical concepts such as: sample, mean, variance, null and alternative hypothesis, confidence level, scatter plot, among others. In addition, it made evident that the hypothesis test is not a trivial issue, since students had to develop a series of interpretations (initial, intermediate and final) (Lesh et al. 2000). They used various means of representation (graphical, tabular, written, algebraic, spoken language) (Lesh & Doerr, 2003) to refine, modify and extend their ways of thinking about this relevant procedure within statistical inference. In addition, access to the web and the use of Excel made it easier for students to build visual, manipulable and dynamic representations (Lesh, 2010).

Acknowledgements

We thank the Campus Viviente project (<http://campusviviente.org>), University of Guadalajara and CONACYT scholarship program for supporting this study.

References

- Alvarado, H., Estrella, S., Retamal, L., & Galindo, M. (2018). Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(2), 131-156. doi.org/10.12802/relime.18.2121
- Inzunsa, S., & Jiménez, J. (2013). Caracterización del razonamiento estadístico de estudiantes universitarios acerca de las pruebas de hipótesis. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 179-211. [doi: 10.12802/relime.13.1622](https://doi.org/10.12802/relime.13.1622)
- Makar, K. & Rubin, A. (2018). Learning About Statistical Inference. In: Ben-Zvi D., Makar k., Garfield J. (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp.261-294). Springer International Handbooks of Education. doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000) Principles for Developing Thought Revealing Activities. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *The Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-646). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Lesh, R. & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, En R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Learning, and Problem Solving. Beyond constructivism. Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R. (2010). Tools, Researchable Issues & Conjectures for Investigating What it Means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(2), 16-48.
- López, M., Batanero, C., & Gea, M. (2018) ¿Conocen los futuros profesores los errores de sus estudiantes en la inferencia estadística? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(64), 672-693. [doi:10.1590/1980-4415v33n64a11](https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a11)

Ramirez, M. R., Yu, C., Xu, M., & Chen, S. (2015). Lesson: Statistical Analysis of Flexible Circuits. *Teach Engineering STEM Curriculum for K-12*. University of Colorado & University of Houston. https://www.teachengineering.org/lessons/view/uoh_circuit_lesson01. Teach Engineering (20 Julio del 2019). Teach Engineering. <https://www.teachengineering.org/about>

ACTIVIDAD PROVOCADORA DE MODELOS PARA PRUEBA DE HIPÓTESIS CON ESTUDIANTES DE INGENIERIA

MODEL ELICITING ACTIVITY FOR HYPOTHESIS TESTING WITH ENGINEERING STUDENTS

Sergio Damian Camacho-Aguilar
Universidad de Guadalajara
damian.camacho18@uabc.edu.mx

Martha Aguiar Barrera
Universidad de Guadalajara
martha.aguiar@academicos.udg.mx

Humberto Pulido Gutiérrez
Universidad de Guadalajara
humberto.gutierrez@cucei.udg.mx

En este reporte se describen los modelos que estudiantes de la División de Ingeniería en Electrónica y Computación de la Universidad de Guadalajara, construyeron con la implementación de una Actividad Provocadora de Modelos (APM) llamada Nanomateriales. El propósito fue documentar y analizar las ideas y relaciones subyacentes que los alumnos exhibieron al resolver una problemática cercana a la vida real en la que emergen diversos conceptos de inferencia estadística. El marco teórico utilizado fue la Perspectiva de Modelos y Modelación (PMM). Los resultados indican que la implementación de la actividad generó modelos de prueba de hipótesis, que integraron diversos medios de representación, la toma de decisiones y el uso de conceptos como: hipótesis nula, alternativa, nivel de confianza, media, muestra, entre otros asociados con la inferencia estadística formal.

Palabras clave: Diseño de experimentos, Modelación, Resolución de problemas, STEM.

Introducción

La gran cantidad de información en formatos impresos y digitales en la era actual demanda el dominio de herramientas de interpretación, análisis y toma de decisiones para poder comprender esa información y utilizarla en beneficio de la sociedad (Lesh & Doerr, 2003). Las personas que comprenden la información que les rodea en sus diferentes contextos económicos, sociales, políticos o culturales pueden darle sentido y aprovechar sus beneficios (Lesh, 2010, p.27).

Se considera que la prueba de hipótesis apoya la interpretación de datos, la toma de decisiones y la inferencia estadística, que “es donde reside el poder de la estadística” (Makar & Rubin, 2018, p. 264). Sin embargo, se han identificado varias complicaciones conceptuales asociadas con la inferencia estadística, especialmente en prueba de hipótesis, tales como: a) confusiones en la lógica del contraste de hipótesis, b) la forma en la que se combinan la hipótesis nula y la alternativa, c) la construcción de una hipótesis estadística (Inzunza & Jiménez, 2013; Lesh, 2010; Alvarado, Estrella, Retamal & Galindo, 2018; López, Batanero & Gea, 2018). Estas complicaciones ilustran aún más la complejidad de la lógica y los conceptos fundamentales de las pruebas de hipótesis (Makar & Rubin, 2018; p. 269).

El presente estudio expone los resultados obtenidos en la implementación de una Actividad Provocadora de Modelos (MEA por su nombre en inglés: Model Eliciting Activities). Misma que fue desarrollada bajo la Perspectiva de Modelos y Modelación (PMM) (Lesh & Doerr, 2003; Lesh, Hoover, Hole, Kelly & Post, 2000). La actividad simuló una problemática cercana a la vida real donde los alumnos pudieron construir interpretaciones matemáticas y manipular información para

tomar decisiones. Con ella se busca una alternativa para generar un mejor acceso a la inferencia estadística.

Las preguntas que guiaron esta investigación fueron: 1) ¿cuáles son los modelos que los estudiantes de ingeniería crean para dar sentido y solución a una situación problemática de la vida real, que está relacionada con la prueba de hipótesis?, 2) ¿qué conceptos matemáticos emergen durante la implementación de la actividad asociados con la inferencia estadística?

Marco teórico

En la PMM, se “espera que los modelos se encuentren entre los tipos de conocimiento más importantes que desarrollan los estudiantes” (Lesh, 2010, p.17), de acuerdo con Lesh & Doerr los modelos son considerados como:

Sistemas conceptuales (consisten en elementos, relaciones y reglas que gobiernan las interacciones) expresados mediante el uso de sistemas de notación externa, y utilizados para construir, describir, o explicar los comportamientos de otros sistemas de tal forma que el otro sistema pueda ser manipulado o predicho de manera inteligente (Lesh & Doerr, 2003, p. 10)

Además, “se asume que los modelos están altamente situados, adaptándose continuamente, ricamente distribuidos y con construcciones con formas sociales” (Lesh, 2010, p. 20), donde la modelación, como el proceso de construcción y desarrollo de modelos, incluye una “serie de secuencias paralelas e interactivas de ciclos interactivos en los que las formas actuales de pensamiento se expresan, prueban y revisan repetidamente” (Lesh, 2010, p.17). La PMM, propone MEAs, para que los estudiantes se motiven a resolver problemas de la vida real a través de la construcción de modelos matemáticos que les permitan generar soluciones y puedan "revelar, probar y refinar repetidamente o ampliar sus formas de pensamiento "(Lesh et al., 2000, p. 597).

Metodología

La APM, nombrada Nanomateriales, desarrollada a partir de Ramirez, Yu, Xu & Chen (2015), plantea una situación de incertidumbre relacionada con un proceso de producción. La actividad consta de cuatro páginas, en las dos primeras se presenta un artículo de periódico que describe el proceso de fabricación (impresión) de nano circuitos para biosensores. La tercera página contiene una sección de preguntas de calentamiento que introducen al estudiante con el proceso de producción y usos de los biosensores en la salud. En la cuarta página se les presenta a los estudiantes la problemática, que se refiere a la discrepancia que existe entre los moldes y la magnitud de los circuitos impresos, y se les solicita que apoyen a los técnicos del proceso de producción para determinar con certeza y con la información que tienen, el tipo de discrepancia que existe entre los moldes y los circuitos impresos.

La actividad fue afinada con cinco implementaciones previas con diferentes alumnos (abril-octubre de 2019), donde se ajustaron varios aspectos. Es hasta la sexta implementación en la que consideramos logramos obtener una actividad que reúne los atributos propios de las APM.

La implementación de la actividad se desarrolló de acuerdo con las sugerencias de Lesh & Doerr (2003) que son; 1) lectura de un artículo de periódico que introduce al estudiante en el contexto (producción de biosensores), 2) construcción de interpretaciones desarrolladas en equipo y 3) exposición y discusión de los modelos construidos. El docente asume los roles de facilitador y observador.

Los seis principios de diseño de APM se utilizaron en la construcción y refinación de la actividad: 1) Realidad: la situación es posible que ocurra en la vida real de los alumnos; 2) Construcción del modelo: la actividad genera en los estudiantes la necesidad de construir, modificar o refinar un modelo; 3) Documentación del modelo: las construcciones de los alumnos revelan explícitamente

cómo están pensando en la situación y su resolución (interpretaciones iniciales, intermedias y finales); 4) Autoevaluación: los alumnos tienen claro cómo evaluar si sus construcciones son útiles o suficientemente buenas; 5) Generalización del modelo: el modelo construido por los alumnos puede utilizarse para otras situaciones y compartirse con otras personas; 6) Prototipo simple: la solución para la actividad proporciona un prototipo útil para interpretar otras situaciones estructuralmente similares. (Lesh et al. 2000; Lesh & Doerr, 2003). Sin embargo, en el análisis de resultados sólo se pudieron evaluar los primeros cuatro principios de diseño, debido a la disponibilidad de los recursos.

Las ideas iniciales, intermedias y finales que señalan Lesh y Doerr (2003) se integraron en el principio de documentación del modelo, y se caracterizaron en la APM como sigue. a) Ideas iniciales, fueron las propuestas acerca de qué datos son importantes, cómo abordar el problema y qué pasos para la solución son más útiles, pudiendo o no estar asociadas con el uso de la estadística. b) Ideas intermedias, son aquellas centradas en la identificación y explicación de patrones, relaciones o comportamiento específico de los datos de la situación a resolver; incluye el uso de medidas de tendencia central y de dispersión, construcción de gráficas descriptivas u operaciones sencillas como obtener diferencias entre los datos, entre otras. c) Ideas finales, son los planteamientos formales de hipótesis nula y alternativa, niveles de confianza en la decisión, tomar la decisión de rechazar o aceptar la hipótesis nula, e incluye posibles sugerencias para mejorar el proceso de producción en función de los resultados obtenidos.

El estudio fue de carácter cualitativo descriptivo. Los medios de recolección de información fueron: vídeos, audios, y los escritos (físicos y digitales) de siete estudiantes de la División de Ingeniería en Electrónica y Computación de la Universidad de Guadalajara, que estaban terminando el curso de Probabilidad y Estadística del segundo semestre. La información final se obtuvo en una sesión de 60-90 minutos, donde se llevó a cabo la implementación de la actividad. Se organizaron tres equipos de trabajo, el Equipo 1 con dos integrantes (1A, 1B), el Equipo 2 con tres (2A, 2B, 2C) y el Equipo 3 con dos alumnos (3A, 3B).

Resultados

A continuación, se resumen los principales resultados del estudio. Se han agrupado de acuerdo a los seis principios para el diseño de APMs, que ya antes se señalaron.

Principio de realidad. La lectura y discusión del artículo de periódico (sobre producción de biosensores) permitió a los estudiantes involucrarse con el contexto de la actividad, y reveló el conocimiento que tenían sobre biosensores al relacionar la actividad con algunos que ellos ya conocían como: “Apple Watch, banda de ejercicio, máquinas de cardio para el ejercicio, sensor de ritmo cardíaco, sensor de temperatura y contador de pasos”.

Principio de construcción de modelo. El Equipo 1 hizo un gráfico para visualizar el comportamiento de los datos (medidas de molde e impresiones), que les ayudó a entender e interpretar la situación visualmente. El Equipo 2 propuso procedimientos tales como: obtener las diferencias entre las medidas de las formas e impresiones, determinar un promedio de cada una de las medidas, calcular la desviación estándar y la varianza de los datos para analizar la información.

Documentación del modelo (ideas iniciales, intermedias y finales). Los estudiantes durante la implementación desarrollaron una serie de interpretaciones que transitaron por varias modificaciones y refinamiento, que les ayudó a orientar su trabajo hacia lo que consideraban como mejor respuesta.

Interpretaciones iniciales. Los equipos en sus primeros diálogos de trabajo mencionaron ideas del cómo analizar la información del problema, pero sin argumentar el por qué eran útiles: 1A: “¿Y si hacemos una gráfica?”, 2B: “Y si sacamos las diferencias entre el molde y la impresión”, 2B: “hagamos una gráfica de campana”, 2A: “hagamos una de dispersión”. Se identificó que los alumnos recurren inicialmente al análisis de datos con gráficas y a la manipulación de éstos con operaciones sencillas (diferencias); con la idea de dar sentido a la información del problema.

Interpretaciones intermedias. Los alumnos identificaron patrones y relaciones después de graficar los datos y calcular algunos estadísticos (media, varianza, desviación estándar). Por ejemplo el Equipo 1 observó su gráfica de líneas y señaló una relación de dependencia entre las medidas de moldes e impresiones; 1B: “el molde es más grande que la impresión”, 1B: “mira las medias son diferentes”, pero sin llegar a plantear de manera formal una correlación o el planteamiento de hipótesis para probar las diferencias, solo realizaron algunas afirmaciones informales que pudieran llevarlos al planteamiento de la hipótesis nula y alternativa; 1A: “de hecho las medidas deberían ser iguales”, 1B: “el molde es más grande que la impresión”,

Interpretaciones finales. El modelo final en todos los equipos fue un procedimiento de prueba de hipótesis, que integró representaciones gráficas, tabulares, algebraicas, escritas y verbales. Aquí ellos plantearon la relación entre las medidas de los moldes y las impresiones, por ejemplo: 1A: “la hipótesis nula es que las medidas de los moldes son iguales”, planteamiento por el alumno que define el tipo de contraste a desarrollar. 1B: “la otra hipótesis es que los moldes son más grandes que las impresiones”. El planteamiento de esta hipótesis alternativa complementó y orientó la construcción de su modelo, además de utilizar otros conceptos como: muestra y nivel de confianza para refinar y definir su modelo.

Principio de autoevaluación. El Equipo 1, modificó su decisión de usar gráficas y regresión lineal para explicar su modelo propuesto. Esto debido a que, después de analizar por segunda vez las especificaciones de la actividad, consideraron que su propuesta no era lo suficientemente útil. Esto reorientó su trabajo hacia la construcción de una prueba de hipótesis, decisión que, según ellos, les permitía probar con mayor certeza si su conjetura era aceptable o no. En otras palabras, los alumnos autoevaluaron la utilidad de su respuesta y la modificaron en búsqueda de una mejor.

Conclusiones

La APM Nanomateriales contribuyó al estudio de la PMM, específicamente en el tema de prueba de hipótesis de la estadística inferencial, al ser un diseño original para los estudiantes de ingeniería electrónica. De acuerdo con las preguntas de investigación la APM Nanomateriales propició la construcción de modelos tipo procedimiento de prueba de hipótesis que integraron diferentes conceptos matemáticos como; muestra, media, varianza, hipótesis nula y alternativa, nivel de confianza, gráfica de dispersión, entre otros. Además, dejó en evidencia que la prueba de hipótesis no es una idea trivial, ya que los alumnos tuvieron que desarrollar una serie de interpretaciones (iniciales, intermedias y finales) (Lesh et al. 2000) donde usaron varios medios de representación (gráfico, tabular, escrito, algebraico, lenguaje hablado) (Lesh & Doerr, 2003) para refinar, modificar y ampliar sus formas de pensar acerca de este procedimiento relevante dentro de la inferencia estadística. En adición, el acceso a la red y uso de Excel les facilitó a los alumnos la construcción de representaciones visuales, manipulables y dinámicas (Lesh, 2010).

Agradecimientos

Agradecemos al proyecto Campus Viviente (<http://campusviviente.org>), la Universidad de Guadalajara y el programa de becas CONACYT por apoyar este estudio.

Referencias

- Alvarado, H., Estrella, S., Retamal, L., & Galindo, M. (2018). Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(2), 131-156. doi.org/10.12802/relime.18.2121
- Inzuna, S., & Jiménez, J. (2013). Caracterización del razonamiento estadístico de estudiantes universitarios acerca de las pruebas de hipótesis. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 179-211. [doi: 10.12802/relime.13.1622](https://doi.org/10.12802/relime.13.1622)

- Makar, K. & Rubin, A. (2018). Learning About Statistical Inference. In: Ben- Zvi D., Makar k., Garfield J. (Eds.), International Handbook of Research in Statistics Education (pp.261-294). Springer International Handbooks of Education. doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000) Principles for Developing Thought Revealing Activities. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *The Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-646). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Lesh, R. & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching. En R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Learning, and Problem Solving. Beyond constructivism. Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R. (2010). Tools, Researchable Issues & Conjectures for Investigating What it Means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(2), 16-48.
- López, M., Batanero, C., & Gea, M. (2018) ¿Conocen los futuros profesores los errores de sus estudiantes en la inferencia estadística? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(64), 672-693. doi:[10.1590/1980-4415v33n64a11](https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a11)
- Ramirez, M. R., Yu, C., Xu, M., & Chen, S. (2015). Lesson: Statistical Analysis of Flexible Circuits. *Teach Engineering STEM Curriculum for K-12*. University of Colorado & University of Houston. https://www.teachengineering.org/lessons/view/uoh_circuit_lesson01.
- Teach Engineering (20 Julio del 2019). Teach Engineering. <https://www.teachengineering.org/about>