SELF-INSTRUCTIONS FOR APPLYING WRITING IN GEOMETRY PROBLEM RESOLUTION

Luz Graciela Orozco Vaca
Secretaría de Educación Jalisco
luzgracielaorozco@gmail.com

This work reports a teaching experiment, which explores the use of writing as a metacognitive tool in high school Geometry problem solving. We develop a qualitative research study, to explore how explicit writing directives can help students to understand, organize and monitor the steps involved in the different phases of a cycle of activities for Geometry problem solving in ninth grade.

Keywords: Problem Solving; Metacognition; High School Education; Geometry and Geometrical and Spatial Thinking

Introduction

In my professional experience as a teacher I have observed lack of comprehension in Mathematics concepts and procedures in students as well as disorganized strategies when solving problems. Such disorganization is observed when students start solving the problem without clearly identifying the data, nor the procedure and the developed rationale to get an answer. Also, the notes they make in the process are disorganized and lack a systematic feature.

From 2006 to 2013, the Mexican Ministry of Education set a nationwide multiple choice evaluation focused to language, mathematics and other subjects from the national syllabus for each school cycle in basic education (ENLACE). From 2015 up to now, such evaluation changed only to language and mathematics (PLANEA). Such evaluations, known by their acronyms in Spanish, serve as a diagnostic for basic education in Mexico, however, a noticeable side effect was that many teachers and students, looking for the improvement in their school rank, developed strategies for success in multiple choice answers, demeaning their skills to face open ended questions in mathematics.

Theoretical framework

This experiment is focused in Veenman (2012) identified learning process, as areas where metacognitive skills are mainly developed: reading, problem solving, learning by discovery and writing, also, we considered Hyde's (2002) research with primary school students where reading and math problems solving are mixed.

Veenman (2012) describes metacognitive skills as the regulation of cognitive process, this means, the acquired capacity for supervision, orientation, direction and control of one`s learning behavior and problem solving. Actually, metacognitive skills are the learning activities and the main determiners to learning results.

Hyde (2006) follows the guidelines of cognitive psychology and uses the braiding term to state that language, thinking and mathematics can be braided into one entity, achieving though connections among those three important processes, a stronger, more lasting and powerful result than if worked individually. With the braiding term it is suggested that the three components are inseparable, with mutual and necessary support. He assures that the stronger the connections among the related ideas are, the deeper and richer the understanding of the concept will be.

Hyde (2006), states that the braiding context benefits kids to imagine, visualize and connect mathematics into context. He assures that this model has been used efficiently in the instruction of small classes involving the teacher's support. The questions are useful to discuss the problem orally, so students interiorize such questions to use them by themselves for later tasks.

In: Sacristán, A.I., Cortés-Zavala, J.C. & Ruiz-Arias, P.M. (Eds.). (2020). *Mathematics Education Across Cultures: Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Mexico. Cinvestav / AMIUTEM / PME-NA. https:/doi.org/10.51272/pmena.42.2020

After reviewing Veenman's (2012) work, which distinguishes between the metacognitive knowledge and the metacognitive skills to focus their development in science teaching, as well as Hyde's (2006) research, who applies the Braiding Model in primary education to solve problems in mathematics, we consider some useful elements in their work to design our teaching experiment that uses writing from self-instructions as a metacognitive tool when solving geometry problems.

Methodology

In our teaching experiment, students were given self-instructions shown as simple questions, to help them develop the activities at the starting, during and after solving the problem (Table 1). This was intended to gradually introduce the students so, through writing, they started analyzing the given information in the problem, continued with the necessary rationale and representations to interpret the problem situation, and finally they followed the adequate procedures, verifying through justification that they had the right answer realizing how they go to it.

In the teaching experiment, 12 problems selected by the Ministry of Education in the State of Jalisco were selected to practice for the State's Olympics in Mathematics in Primary and Secondary schools (OEMEPS), since these problems require reasoning and creativity in students, they must work with descriptions, explanations and justifications when solving them, and different paths could be followed for the answers.

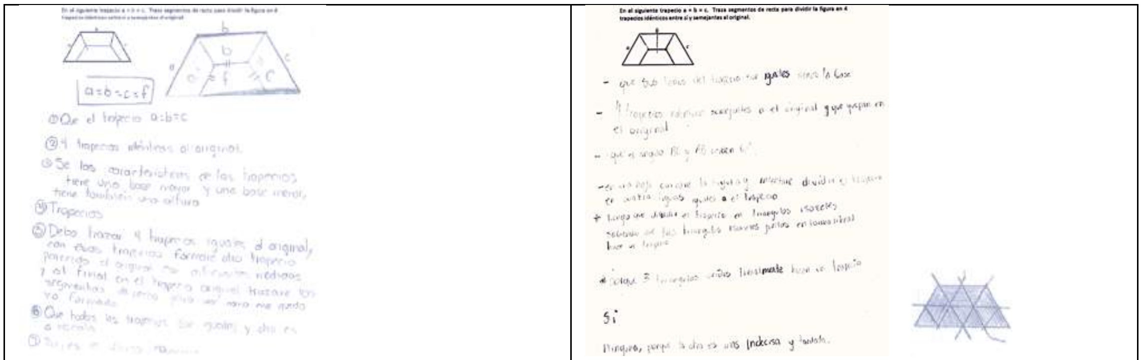
These problems were solved in 20 sessions, 45 minutes each, by 10 students from 9th grade in Mexico City, and they were highly motivated working for their admission exams for High School. The first four sessions, self-instructions were explained to them from examples in collective problem solving. In the rest of the sessions, students answered individual worksheets for 12 problems with self-instructions written on the blackboard as a reminder. The last four sessions, different solving processes for each problem were exteriorized and each student defended his/her answers. The written productions for data analysis are the sources as well as the notes from the teacher-researcher.

Table 1: Veenman's connections between self-instructions and metacognitive skills.

Self-instructions designed to use writing when solving problems.		Veenman's Learning Activities representing metacognitive skills.
Start	What information am I given in the problem?	Reading.
	What do I need to find?	Task analysis,
	What knowledge do I have about the topic?	Activation of previous knowledge.
During	How am I going to do it?	Planning.
	Which steps should I follow?	Follow or change the plan.
	Which drawings can help me get to the solution?	Note taking.
After	How do I justify my answer?	Performance evaluation.
	Is this the only way to get to the answer?	Summing up.
	Which other ways could be used?	Process Reflection.

Results

Results are presented according to the self-instructions order for the teaching experiment. Such self-instructions guided the research and oriented students to work in the activities at the staring of the problem, then the activities during its solving and finally, activities after the problem solving. Students followed self-instructions with their own presentation style, for instance, one student organized through a subsequent number, another uses a hyphen to each (Fig 1b).



a b

Figure 1. Complete answers by two students.

Activation of previous knowledge was given through students answers to the first three questions at the starting of the problem solution, which is the process of remembering the information kept in their minds, relate it to the identified information and deciding which process they will use to obtain the answer, as we see during the problem solving.

"that trapezoid a = b = c" "4 trapezoids identical to the original" *"I know the trapezoids features, they have a major base and a minor base, and they also have height".* a	*"The trapezoid sides are the same, except the base"* *"4 identical trapezoids similar to the original and that fit in the original" That angles BC and AB are 60º".* b

Figure 2. Two students' answers at the starting of the task.

During the problem solving students come up with the same answer for the questions "How am I going to do it?" and "Which steps should I follow?" When describing their procedures organization and clearly relate the ideas for the process (Figure 3a and 3b).They also rely on their notes and the trapezoids they draw out form the step description (note taking) or in the marks in the given drawings in the task along with the drawings they sketch as well as written signals (a, b, c, f).Together, descriptions and drawings guided them to follow the process step by step and get the right answer. (Fig. 1a, 1b).

Once the problem solution is obtained, the last questions lead them to think about the process they had applied when describing their justification as well as to look for other ways to solve the problem, however, in this problem none of them identified another procedure to obtain the answer.

"I must draw 4 trapezoids equal to the original; with them I will form another trapezoid similar to the original with different measures and at the end of the original trapezoid I will draw the line segment to see how it looks once I finish". "All trapezoids are the same and the other is escalated". a	*"On a piece of paper I will trace the figure and I will try to divide the trapezoid into four equals to the trapezoid". "I must divide the trapezoid into isosceles triangles knowing that the isosceles triangles together aligned make a trapezoid"* b

Figure 3. Two students' answers when developing the task.

Conclusions

With the use of this learning experiment we noticed, first of all, self-instructions are indeed an action plan, they guide students step by step during all the problem solving process, and secondly, when students wrote down the justification to their answers they carefully reviewed the steps they followed. This means, not only did they analyze if they got the correct answer but also recognized the successful steps to solve the problem, this means that writing helped them understand the solving process, guided by the self-instructions given at the beginning of the experiment.

References

Hyde, A. A. (2006). Comprehending math adapting reading strategies to teach mathematics, K-6. Portsmouth, NH: Heinemann.

Veenman, M. (2012). Metacognition in Science Education: Definitions, Constituents, and Their Intricate Relation with Cognition. Metacognition in Science Education: Trends in Current Research. DOI: 10.1007/978-94-007-2132-6. ISBN 978-94-007-2131-9 USA: Springer.

AUTOINSTRUCCIONES PARA APLICAR LA ESCRITURA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

SELF-INSTRUCTIONS FOR APPLYING WRITING IN GEOMETRY PROBLEM RESOLUTION

Luz Graciela Orozco Vaca
Secretaría de Educación Jalisco
luzgracielaorozco@gmail.com

Este trabajo reporta un experimento de enseñanza, que explora si el escribir de forma sistematizada puede ser una herramienta que les facilite la resolución de problemas a los estudiantes de educación básica. Desarrollamos un estudio de investigación cualitativa, para indagar como las directivas de escritura de manera explícita pueden ayudar a los estudiantes a entender, organizar y controlar los pasos implicados en las distintas fases de un ciclo para la resolución de problemas de geometría en el noveno grado de educación.

Palabras clave: Autoinstrucciones, Escritura. Resolución de Problemas.

Introducción

A lo largo de mi experiencia profesional como docente he observado una deficiente comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos por parte de los estudiantes, así como estrategias desorganizadas en la resolución de problemas. Esta desorganización se observa cuando ellos comienzan a resolver el problema pero no distinguen claramente los datos, ni los procedimientos y el razonamiento que desarrollan para llegar a la respuesta. De la misma manera las anotaciones que realizan en el proceso son desordenadas y carecen de un carácter sistemático.

De 2006 a 2013, el Ministerio de Educación Pública aplicó en todo el país una evaluación de opción múltiple guiada en lenguaje, matemáticas y otras asignaturas del plan de estudios nacional en cada ciclo escolar de la educación básica (ENLACE). A partir del 2015 a la fecha cambio la evaluación enfocada unicamente a lenguaje y matemáticas (PLANEA). Estas pruebas conocidas por sus siglas en español, ayudan a diagnosticar la educación básica en México, pero un efecto secundario no deseado de este tipo de valoración, fue que muchos profesores y estudiantes, en sus esfuerzos por mejorar las marcas de sus escuelas, desarrollan estrategias para lograr el éxito en pruebas de opción múltiple, en detrimento de las habilidades para hacer frente a preguntas abiertas en matemáticas.

Marco teórico

Este experimento está centrado en los procesos de aprendizaje que han sido identificados por Veenman (2012) como las áreas donde mayormente se desarrollan las habilidades metacognitivas: lectura, resolución de problemas, aprendizaje por descubrimiento y escritura, además consideramos las indagaciones con estudiantes de primaria efectuadas por Hyde (2006), donde se combina la lectura y la resolución de problemas de matemáticas.

Las habilidades metacognitivas las describe Veenman (2012) como la regulación de los procesos cognitivos, es decir la capacidad adquirida de la supervisión, orientación, dirección y control de la propia conducta en el aprendizaje y la resolución de problemas. En sí las habilidades metacognitivas son las propias actividades de aprendizaje y son el principal determinante de los resultados en el mismo.

Hyde (2006) se guía por los principios de la psicología cognitiva y utiliza el término de trenzado para indicar que el lenguaje, el pensamiento y las matemáticas pueden ser entrelazados en una sola entidad, logrando que al hacer conexiones entre estos tres procesos importantes, el resultado sea más fuerte, durable y poderoso que si se trabajará cada uno de forma individual. Con el término trenzado sugiere que las tres componentes son inseparables de apoyo mutuo y necesario. Afirma que cuanto más fuerte son las conexiones entre las ideas relacionadas más profunda y más rica es la comprensión del concepto.

Hyde (2006) hace hincapié que el contexto del trenzado beneficia a los niños para imaginar, visualizar y conectar las matemáticas con el contexto. Afirma que este Modelo se ha utilizado con eficacia en la instrucción de una clase con grupos pequeños y con el apoyo del maestro. Las preguntas son eficaces para discutir el problema en grupos pequeños así como las estrategias de representación en el lenguaje oral, de esta manera los estudiantes comienzan a internalizar estas preguntas para utilizarlas por si mismos durante las tareas posteriores.

Una vez revisado el trabajo de Veenman (2012), que hace una distinción entre el conocimiento metacognitivo y las habilidades metacognitivas para orientar el desarrollo de éstas en la enseñanza de las ciencias; así como las investigaciones de Hyde (2006) quien aplica el Modelo del Trenzado en educación primaria, para la resolución de problemas en matemáticas; consideramos algunos elementos útiles de dichos trabajos para hacer el diseño de nuestro experimento de enseñanza que consiste en utilizar la escritura a partir de autoinstrucciones como herramienta metacognitiva en la resolución de problemas de geometría.

Metodología

En nuestro experimento de enseñanza se dieron autoinstrucciones a los estudiantes, presentadas como preguntas sencillas, para auxiliarlos en el desarrollo de las actividades del inicio, durante y después de la resolución del problema (Tabla 1). Lo anterior con la intención de inducirlos gradualmente para que a través de la escritura comenzaran un análisis de la información proporcionada en el problema, continuarán con la exploración y representaciones necesarias para interpretar la situación del problema y finalmente siguieran los procedimientos adecuados, verificando por medio de la justificación que llegaron a la respuesta correcta y se dieran cuenta cómo lo hicieron.

En el experimento de enseñanza, se seleccionaron 12 problemas propuestos por la Secretaría de Educación de Jalisco para el entrenamiento de las Olimpiadas Estatales de Matemáticas en Educación Primaria y Secundaria (OEMEPS) debido a que estos problemas requieren razonamiento y creatividad del estudiante, en los cuales se deben trabajar descripciones, explicaciones y justificaciones en su resolución y se pueden seguir diferentes caminos para obtenerla.

Estos problemas fueron resueltos en 20 sesiones de 45 minutos cada uno, con un grupo de 10 estudiantes de noveno grado de una escuela en la Ciudad de México, quienes estaban altamente motivados trabajando para preparar sus exámenes de admisión para bachillerato. En las primeras cuatro sesiones se explicaron las autoinstrucciones a los estudiantes a partir de ejemplos en la resolución de problemas trabajando colectivamente su aplicación. El resto de las sesiones los estudiantes contestaron las hojas de trabajo individual para los 12 problemas, con las autoinstrucciones expuestas en el pizarrón como recordatorio. Las últimas 4 sesiones se exteriorizaron los diferentes procesos de solución en cada problema y cada estudiante defendío sus respuestas. Las fuentes de datos para el análisis son las producciones escritas de los estudiantes, y las notas de campo del profesor-investigador.

Tabla 1: Conexión entre las autoinstrucciones y las habilidades metacognitivas de Veenman

<table>
<tr><td colspan="2">Autoinstrucciones diseñadas para utilizar la escritura en la resolución de problemas</td><td>Actividades de Aprendizaje representativas de las Habilidades Metacognitivas (Veenman)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Inicio</td><td>¿Cuáles son los datos que me da el problema?</td><td>Lectura</td></tr>
<tr><td>¿Qué necesito encontrar ?</td><td>Análisis de la tarea</td></tr>
<tr><td>¿Qué conocimientos tengo acerca del tema?</td><td>Activación de los conocimientos previos</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Durante</td><td>¿Cómo le voy hacer?</td><td>Planificación</td></tr>
<tr><td>¿Qué pasos voy a seguir?</td><td>Seguir el plan o cambiar el plan</td></tr>
<tr><td>¿Qué dibujos me pueden ayudar para llegar a la solución?</td><td>Toma de notas</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Después</td><td>¿Cómo justifico la respuesta que encontré?</td><td>Evaluación del desempeño</td></tr>
<tr><td>¿Es el único camino que se puede seguir para llegar a la respuesta?</td><td>Recapitular</td></tr>
<tr><td>¿Qué otras formas puedes aplicar?</td><td>Reflexión sobre el proceso</td></tr>
</table>

Resultados

La presentación de los resultados va de acuerdo con el orden de las autoinstrucciones diseñadas para el experimento de enseñanza, las cuales fueron la guía de la investigación y orientaban a los estudiantes a trabajar las actividades al inicio de la resolución del problema, enseguida las actividades durante la resolución y por último las actividades después de la resolución del problema. Los estudiantes siguieron las autoinstrucciones dando cada uno su estilo de presentación, por ejemplo mientras que un estudiante les da un orden por medio de un número subsecuente (Figura 1a), otro simplemente utiliza un guión para cada una (Figura 1b).

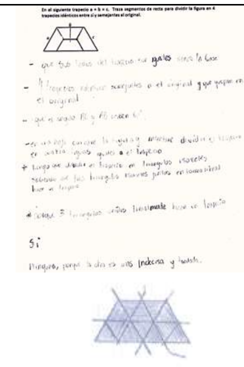
 a	 b

Figura 1. Respuestas completas de dos estudiantes

A través de las respuestas de los estudiantes a las tres primeras preguntas del inicio de la resolución del problema (Figura 2a y 2b) se dio la activación de los conocimientos previos, que es en sí el proceso de recordar la información registrada en su memoria, relacionarla con la información que identificaron y tomar la decisión de que proceso aplicarán para obtener la respuesta como lo vemos durante la resolución del problema.

“que el trapecio a = b = c” “4 trapecios idénticos al original” “Se las características de los trapecios, tienen una base mayor y una base menor, tienen también una altura”. a	“Que sus lados del trapecio son iguales, menos la base” “ 4 trapecios idénticos semejantes a el original y que quepan en el original ” “Que el ángulo BC Y AB miden 60º”. b

Figura 2. Respuestas del inicio de la resolución de dos estudiantes

Durante el proceso de solución del problema los estudiantes brindan una misma respuesta, para las preguntas ¿cómo le voy hacer? y ¿qué pasos voy a seguir?, al describir la organización de sus procedimientos y relatar con claridad las ideas para el proceso (Figura 3a y 3b). Se apoyan también en las anotaciones y representaciones de los trapecios plasmadas por ellos fuera de la narración de los pasos (la toma de notas) o las marcas en los dibujos dados en el problema en conjunto con los dibujos que ellos elaboraron así como las señales escritas (a, b, c, f). En conjunto las descripciones y los dibujos les orientaron para seguir sus procedimientos paso a paso y tener la solución de manera correcta (Figura 1a y 1b).

“Debo trazar 4 trapecios iguales al original, con esos trapecios formare otro trapecio parecido al original con diferentes mediadas y al final en el trapecio original trazaré los segmentos de recta para ver como me quedo ya formado”. *“Que todos los trapecios son iguales y otro es a escala”.* a	*“En una hoja calcaré la figura y intentare dividir el trapecio en cuatro iguales iguales a el trapecio”. “Tengo que dividir el trapecio en triángulos isosceles sabiendo que los triángulos isósceles juntos en forma lineal hacen un trapecio” “Porque 3 triángulos juntos linealmente hacen un trapecio”.* b

Figura 3. Respuestas del desarrollo de la resolución de dos estudiantes

Después de obtener la solución del problema, las últimas preguntas los guiaron a reflexionar sobre el proceso que habían aplicado anteriormente al narrar su justificación y a buscar otros caminos que los llevaran a la solución del problema, aunque en este problema ninguno de ellos identificó otro procedimiento para llegar a la respuesta.

Conclusiones

Con la aplicación del experimento de enseñanza nos percatamos, en primer lugar, que las autoinstrucciones son en sí un plan de acción, las cuales guían al estudiante paso a paso durante todo el proceso de la resolución del problema y en segundo lugar, que cuando ellos escribieron la justificación de sus respuestas revisaron detenidamente los pasos que siguieron. Esto es, no solo analizaron si llegaron a la respuesta correcta, sino que reconocieron qué pasos les resultaron exitosos en la resolución, es decir, la escritura les ayudó a entender el proceso de solución, orientados por las autoinstrucciones dadas al inicio del experimento.

Referencias

Hyde, A. A. (2006). Comprehending math adapting reading strategies to teach mathematics, K-6. Portsmouth, NH: Heinemann.

Veenman, M. (2012). Metacognition in Science Education: Definitions, Constituents, and Their Intricate Relation with Cognition. Metacognition in Science Education: Trends in Current Research. DOI: 10.1007/978-94-007-2132-6. ISBN 978-94-007-2131-9 USA: Springer.}