

**TRIBUTE TO EUGENIO FILLOY†: A PIONEER AND DRIVING FORCE OF  
MATHEMATICS EDUCATION AS A DISCIPLINE**

**HOMENAJE A EUGENIO FILLOY†: UN PIONERO IMPULSOR DE LA DISCIPLINA DE LA  
MATEMÁTICA EDUCATIVA**

By Ana Isabel Sacristán  
Cinvestav, Mexico  
asacrist@cinvestav.mx

With contributions by  
Armando Solares (Cinvestav, Mexico, asolares@cinvestav.mx),  
Celia Hoyles (UCL Institute of Education, UK, c.hoyles@ucl.ac.uk),  
Richard Noss (UCL Institute of Education, UK, r.noss@ucl.ac.uk),  
Fernando Hitt (UQAM, Canada, hitt.fernando@uqam.ca),  
Carolyn Kieran (UQAM, Canada, kieran.carolyn@uqam.ca),  
Miguel Díaz-Chávez (Universidad Pedagógica Nacional, Mexico),  
José Carlos Cortés-Zavala (UMSNH, Mexico, jcortes@umich.mx),  
María Leticia Rodríguez-González (Cinvestav, Mexico, leticia.rodriguez@cinvestav.mx),  
Ulises Xolocotzin (Cinvestav, México, ulises.xolocotzin@cinvestav.mx),  
Teresa Rojano (Cinvestav, México, trojano@cinvestav.mx),  
Luis Puig (Universitat de València, Spain, luis.puig@uv.es)



**Eugenio Filloy (1942-2020)**

As we said in the Preface to these proceedings, when planning the PME-NA 42 conference in 2019, we had envisioned including a special live-person tribute to Eugenio Filloy, as the “father” of Mathematics Education in Mexico, with an extended influence in many countries in Ibero and Latin-America. Eugenio was one of the strongest supporters of PME-NA 42, and many contributions by his students and himself are included in these proceedings. Sadly, Eugenio passed away on the 23<sup>rd</sup> March, 2020. We do this tribute then, *in memoriam*.

Here is a brief sketch of his academic trajectory and his important contributions to the field of Mathematics Education:

- Eugenio studied Mathematics and Theoretical Physics at the National Autonomous University of Mexico, graduating in Mathematics in 1965.
- He did a Master's degree in Mathematics at Cinvestav, graduating in 1966, and was also visiting scholar at UCLA in that same year.
- He received his PhD in Mathematics from the University of Chicago in 1970
- In 1971, he joined the Mathematics Department at Cinvestav, and did some postdoctoral work at the University of Geneva, Switzerland in 1972.
- From 1973 to 1977, he was president of the Mexican Mathematical Society.
- In 1975, he co-founded the "Section of Educational Mathematics" (*Sección de Matemática Educativa*-SME), part of the Department of Educational Research at Cinvestav, with two other mathematicians from the Mathematics Department –Carlos Imaz and Juan José Rivaud— with whom he had been collaborating in designing and writing the Mathematics textbooks of the Mexican National Program of Free Textbooks for Primary Schools launched in the late 1960s by Mexico's Ministry of Education (SEP). Ramiro Ávila-Godoy (2013) explains that:

This experience led Dr. Filloy to become aware of the importance and complexity of the problematic of the learning and teaching of Mathematics and of the need to deal with it at all educational levels [...] and seek solutions. [...]

... in the name "Educational Mathematics" was implicit the intention to deal with the problematic of the teaching and learning of mathematics, from mathematics itself. At the time, this approach was innovative and led many countries in Latin America to talk of *Matemática Educativa*

- From the onset, i.e., from 1975, the newly founded section - SME (today the Department of Mathematics Education –DME, at Cinvestav), offered a Master of Science in "Educational Mathematics" (*Matemática Educativa*), "with a strong content in mathematics as well as on the history and foundations of mathematics" (Trigueros, Sacristán & Guerrero, 2008, p.220); and from 1982, a PhD program. Eugenio himself was supervisor, active until the day of his passing, of close to 100 students of those programs (directing more than 60 Master's thesis and over 30 PhD dissertations); many of his former students have contributions included in these proceedings.
- In 1983, Eugenio founded the ambitious and far-reaching National Program for Training and Professional Development of Mathematics Teachers (*Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas* - PNFAPM) which, in collaboration with a network of many Mathematics departments in over 30 universities and higher institutions across Mexico, offered a Master of Science in *Matemática Educativa*; as well as an undergraduate program in the teaching of mathematics.

The PNFAPM also established academic links with international institutions, and many members of the SME participated in doctoral and post-doctoral studies abroad. Simultaneously to the PNFAPM, national and international conferences and meetings were launched so that researchers and teachers could share and discuss their experiences." (Trigueros, Sacristán & Guerrero, 2008, p. 221)

In fact, Eugenio continuously promoted collaborations with researchers worldwide. For example:

- He actively participated in international events, such as CIAEM (chairs, in 1980, the XXXII CIAEM, in Oaxtepec, Mexico), PME, and ICMI, and was instrumental in having Mexico be part of PME-NA; Teresa Rojano explains: "It was Eugenio Filloy who, in the 1980s, proposed that Mexico be considered as a member of PME-NA, arguing that geographically, Mexico is part of North America. A year later, the [PME-NA] Steering Committee added a spot for Mexican member."

- Trigueros, Sacristán & Guerrero (2008, p. 221) describe the international collaborations and academic links promoted by Eugenio for the SME-Cinvestav:

From its inception, the SME-Cinvestav group [led by Eugenio] began studying what was being done internationally, and developed academic links with foreign researchers and institutions. The first links were done with Brousseau and Glaeser, and later with the *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM) in Bordeaux and in the *Université Louis Pasteur* in Strasbourg, France, as well as the *École des Hautes Études en Sciences Sociales* in Paris. This established an influence of the French school of *Didactique*. [...] the SME-Cinvestav group also took into account theoretical frameworks from other countries such as the USA (e.g. the work of Bruner and Skinner) the Soviet Union (e.g. that of Kruteski), the UK, as well as the work of Piaget. Other academic links took place with the University of London, UK, Cambridge University, UK, and the University of Toronto, Canada. By the 21<sup>st</sup> century, many other international links had been established with the DME-Cinvestav. In addition to the aforementioned ones, others include those with the Universities of Granada and Valencia in Spain; the *Université Joseph Fourier* in Grenoble, France; the University of Quebec in Montreal (UQAM), Canada; the Universities of Georgia, and of Massachusetts-Dartmouth in the USA; and the Universities of Nottingham and of Bristol, UK.

- In 1979, Eugenio also did postdoctoral work at the University of Strasbourg, France, and was invited as visiting professor to the Autonomous University of Barcelona, Spain.
- In that way, researchers such as François Pluvinage (who coincidentally passed away on practically the same day as Eugenio), Kat Hart, Carolyn Kieran, Luis Puig, Celia Hoyles, Ros Sutherland, Richard Noss and James Kaput, among others, became regular collaborators of the Department of Mathematics Education of Cinvestav
- And the result of both the Master's (and later PhD) program at Cinvestav, as well as that of the PNFAPM, is several hundred of graduates trained through Cinvestav, not only from Mexico, but from all over Ibero and Latin America that have had an influence in their regions in the field of Mathematics Education; as well as the launching of many programs of professional development for mathematics teachers, and/or of research in Mathematics Education (or *Matemática Educativa*).

Eugenio not only strengthened the field of Mathematics Education through his professional development initiatives, but also through his research and the research approaches that he promoted (for further details, see Trigueros, Sacristán & Guerrero, 2008; and Solares, Puig & Rojano, 2020). For example,

- He promoted the analysis of the history and foundations of mathematics, as a research method in the field of mathematics education.
- He promoted the use and research of what used to be called “new technologies” (i.e., computers, audiovisual media, and other digital resources).
- In response to the need of carrying out controlled experimentation, he founded a school in which he could do that (the *Centro Escolar Hermanos Revueltas*).
- He recognized the limitations of general theoretical models and proposed the concept of Local Theoretical Models (see the book *Educational Algebra* by Filloy, Rojano & Puig, 2008).
- He produced close to 500 scientific publications in his areas of research: Didactics of Algebra and Geometry; History of Algebraic and Geometric ideas; Mathematical Systems of Signs; Curricular Design; Use of New Technologies; and Local Theoretical Models.
- Eugenio was also a member of many Scientific and/or Editorial Committees, including of the journals *Educational Studies in Mathematics*, or *Recherche en Didactique des Mathématiques*.

- He received many distinctions, including being designed Professor Emeritus of Cinvestav (2002); being awarded an *Honoris Causa* Doctorate from the University of Sonora (2011); being granted the medal “*Mtro. Remigio Valdéz Gámez*” by the Mexican National Association of Mathematics Teachers (*Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas A.C.*) for his transcendental trajectory in the field of Mathematics Education (2013); and receiving an honorific recognition from the Autonomous University of Guerrero for founding *Matemática Educativa* and having academic contributions that became international benchmarks (2016).

To all of that we add this tribute, in recognition of his profound legacy to the discipline of Mathematics Education.

Next we include some anecdote, memories and stories from some of his collaborators and former students:



**“Eugenio will always be guiding us where to go forward.” Luis Puig**

**Some happy memories of Prof Eugenio Filloy, by  
Celia Hoyles and Richard Noss**

As far as we can remember, Celia first met Eugenio at an early PME conference – Grenoble 1981, or Antwerp 1982 we cannot be sure. Our relationship with Eugenio spanned many decades. It is full of so many wonderful memories, and we can only share their essence here.

Eugenio was remarkable in his deep commitment to mathematics and mathematics education, his devotion to Mexico and the promotion of mathematics education in the country. One only had to spend ten minutes in his company to recognise his charm, his sense of humour and perhaps most of

all the twinkle in his eye. Not to mention his wonderful hospitality and his gourmet views on wine and food!



**Celia and Richard with Eugenio in the 80s**

In the mid-eighties, Eugenio and Celia set up the Anglo-Mexican Research Project, named “the Development of Mathematical Microworlds for Pupils and Teachers”. This was achieved with funding from the British Council and Mexican Government and the work went forward in collaboration with *Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas* or PNFAPM (Mexico’s National Program of Training and Professional Development for Mathematics Teachers) that Eugenio led. By the time Richard and later Teresa Rojano and Ros Sutherland joined the team in 1986, a steady stream of visits had been established in both directions along with research collaborations that lasted for many years.

A central feature of the project was to recruit PhD students whom we met in Mexico where they were subject to a selection process for working on an English PhD in Mathematics Education in London, with field work in Mexico.

This meant that there was, for us, an amazing ‘bonus’ to this project! We used to visit about once a year going to different parts of this amazing country with Eugenio as our guide and mentor. But that wasn’t all: Eugenio was not one to stay in a tent and eat in a roadside café! On the contrary, our visits were characterised by visits to wonderful restaurants, exotic hotels, and relaxed but fascinating seminars where we met several researchers whom we now regard as friends and collaborators, Olimpia Figueras as just one example and notably one of Richard’s star PhD students on this program, Ana Isabel Sacristan who has become a leading figure in Mathematics Education in Mexico and internationally.

One incident stands out, one that is iconic in terms of Eugenio’s readiness to look at life – no matter how serious – with a twinkle in his eye. We were giving a talk in a seminar, somewhere in Mexico City. Celia was trying carefully to explain some key points of our research, and both of us were trying to communicate (shamefully, despite so many visits to Mexico, neither of us speaks Spanish well enough to give a talk)! Eugenio was kindly translating what we believed was an important and serious point, when the audience burst into laughter. Eugenio looked askance at us, a hint of a smile

on his face. To this day we do not know what he said – or how closely – if at all – his ‘translation’ was to the real thing ☺

We miss Eugenio but at least have some consolation in the fact that our relationship with Mexico continues through collaborations with Ana and with Teresa that started with his initiative. We have again visited some of our favourite places to conduct workshops hosted this time by them. So we end with a photo of us with Ana taken at one of these workshops in the grounds of the lovely hotel [Hosteria Las Quintas](#) in Cuernavaca, which was introduced to us by Eugenio as the venue for one of his seminars and became one of our favourite places in the whole world ☺.



**Richard and Celia with Ana Isabel Sacristan (left, who did her PhD in London as part of the collaboration set up by Eugenio Filloy) in the gardens of Hosteria Las Quintas**



**Celia and Richard in the gardens of Hosteria Las Quintas, Cuernavaca, Mexico**

### **Memories of Eugenio, by Carolyn Kieran**

Often, over the past several decades when I was invited to Mexico to give a talk to a group of teachers and young researchers, and Eugenio was requested to translate my oral presentation to the audience from English to Spanish, a strange thing happened: I would state a paragraph or so in English and then it would be Eugenio's turn to translate what I had just said. Inevitably, the translation took longer, but not only that, it often led to bouts of joyous laughter from the audience. Eugenio was an expert at injecting a note of humour into my otherwise straightforward and very serious presentations -- something that I was most grateful for and will always appreciate about Eugenio: his graciousness and keen sense of humour.

### **Memories of Eugenio, by Fernando Hitt**

Eugenio was one of our Mexican "maîtres penseurs". He had a very broad vision of Mexico's problems in education and of our possibilities of contributing to the improvement of the teaching and learning of mathematics. When I was doing my doctoral studies abroad, he presented to the members of the Educational Mathematics Section a document on the evolution of the section and its members, which went down in history as the "Colorines document". In that document he made a projection of

the future of the section. This document was used for several years as a guide to remind us of the objectives of the section.

At the beginning of the 80s Eugenio suggested that I reflect on a project related to the training of mathematics teachers to be presented to the office of Higher Education [of the Mexican Ministry of Education] shortly before a change of administration (in 1982). He proposed that we meet once a week at his house and that if the project wasn't approved, we would at least have a pleasant time discussing and having a couple of drinks... The result was that Jesús Reyes Heróles, who was appointed as Minister of Education, upon hearing of the project, mentioned that this was an excellent project and that many more of the same style should be implemented (for Spanish, Biology, Physics, etc.). This is how the *Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas* or PNFAPM (Mexico's National Program of Training and Professional Development for Mathematics Teachers) was born; the problem was that a short time later, Reyes Heróles died. Still, we were able to sustain the program for over 10 years.

Some memories of the PME conferences:

In a PME [of the late 80s or early 90s,] Eugenio went to a lecture on the use of new technologies. For the first time, Eugenio saw someone using a computer and beamer at a presentation. He explained that the image was a bit blurry and small. He told me that several minutes later a guy arrived, sat in the front near where the computer and the beamer were, got up, moved, did a couple of things and left a sharper and larger image. Eugenio told me that that moment was much more interesting on the usefulness of technology than the entire lecture.

At the PME in Asissi (Italy) in 1991, at the beginning of the conference, I saw him leave the hotel while I was in the cafeteria. I left about 5 minutes later and met him on the road. I told him that I thought he would be at the conference by now, and he replied that walking the Michael Jackson way took him longer ... ☺

### **Eugenio Filloy-Yagüe, a teacher who left me a legacy, by Miguel Díaz-Chávez**

In my education, Professor Filloy was a very important person and the meetings were many; however I think the following are the ones I want to share.

My first meeting with Professor Filloy was in 1986 when I began my master's degree in *Matemática Educativa*, in the then section of the same name located in a beautiful house in Mexico City. In the first semester he was my teacher in a compulsory course on education and I think one of the first readings he left us was the book "Psychogenesis and history of science" by Jean Piaget and Rolando García. I read the sections he indicated and at the end I told him with great anguish that I did not understand and he very understandingly replied: someday you will understand. This course and his dissertations opened up the landscape of mathematics education for me.

A second memory that I have very much in mind was on my first trip to Europe in 1988 when I was surprised to find a book of his authorship in a bookstore in Madrid; this discovery showed me the importance of his work at an international level.

The last meeting I had with Professor Filloy was listening to him at an event in Mexico City about five years ago. At that time I was starting to do research on the free math textbook and I talked to him about the possibility of interviewing him about it, considering that he was one of the authors of those books in the 70's; as expected he agreed, but with his style he said: Yes, but hurry up. That interview never took place. To him, Professor Filloy, my infinite gratitude.

### **Some of my memories of Eugenio, by Ana Isabel Sacristán**

When, in 1986, I began my Mathematics Education master's studies at Cinvestav, Eugenio Filloy was my teacher in the compulsory and introductory course in Education. I remember how

intimidating his imposing presence was to me. For example, he was obsessive about punctuality and I was afraid of him for that: looking at his watch, he would tell me: "You were two minutes late"; or on one occasion: "You were 30 seconds late"!

On the other hand, in those days it was surprising to me how he valued more our reasoning than learning contents, and I remember how enlightening the study of the book "*Psychogenesis and history of science*" by Jean Piaget and Rolando García, was. Eugenio introduced me to an educational philosophy that was new to me then, but that I have followed since.

Some time after I finished my master's studies, one day in 1989, I ran into him by chance: At the outset he told me: "The English are here"; immediately, without my being able to utter a single word, or ask what he was referring to, he opened his agenda and ordered me to be there the next day to meet Celia Hoyles at a specific time. That was how short the meeting was, and I was not sure what it was about. But it was an interview for pursuing PhD studies at the University of London, England, with the support of the PNFAPM and the British Council. Thus it was that by a chance encounter, my future was sealed; and I will be eternally grateful to Eugenio, in addition to his teachings, for putting me on the path and supporting me on the way.

I am pleased to have been able to inform him, shortly before he passed away, that we would do this tribute at PME-NA 42. I think he was pleased.

### **Memories of Eugenio, by José Carlos Cortés**

In 1991, I began my Master's degree in the Section of *Matemática Educativa* located at a house in Mexico City. Nearby was another building in which Dr. Filloy worked; at that time he was the head of the section. The first time I saw him, I was impressed by his strong tone of voice and his appearance. Since, in the first semester of my master's studies, I did not yet have a scholarship, one day Dr. Filloy approached me and asked me if I wanted to work at his school "Los Hermanos Revuelta" which I accepted with great pleasure and I will never forget that great experience. In the school "Los Hermanos Revuelta" directed by Maru, wife of Dr. Filloy, as teachers we were allowed to innovate; also, as masters and doctoral students, we were also allowed to carry out educational experiments (of course complying with all the protocols). Thus, Dr. Filloy was a pioneer in Mathematics Education research but he also put into practice through his school the new teaching trends in the field. Much later, Dr. Filloy participated with us at several AMIUTEM conferences of which we have very good memories. Best wishes to you, Eugenio, wherever you are.

### **Debating with Eugenio Filloy in Mexico City, by Armando Solares-Rojas (written in 2012)**

I met Eugenio Filloy in the spring of 2000. The references I had of him made me place him as the founder of the Department of Educational Mathematics of Cinvestav, a member of the editorial committees of some of the most important research journals in the area, an international researcher famous for his contributions in the teaching of Algebra and as a very important figure in the educational reforms of the country. But there was still a lot to know about him...

The first work meeting we had was held at the offices of the *Sociedad Mexicana de Matemática Educativa* (Mexican Society of Educational Mathematics). I arrived promptly and we went to his meeting room. Three armchairs, a small table, several paintings, a collection of posters celebrating the 300th anniversary of the publication of Isaac Newton's *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. We spoke very little, but in that short talk he invited me to a seminar on the philosophy of mathematics that was in progress, with Ignacio Garnica.

Together with Manuel Cruz, who was a fellow at the UNAM Institute of Mathematics and is now director of the Department of Mathematics at the University of Guanajuato, I plucked up the courage and spent long hours reading and discussing Gottlob Frege's text. With many ideas in mind, we launched into a seminar session in which we tried to answer questions such as: What are numbers?



What do expressions involving numbers refer to? Eugenio Filloy led the seminar to discuss theories about the meaning of mathematical texts and showed me the possibility of working, from mathematics, with epistemology, history and didactics. I entered the doctoral program in Educational Mathematics at Cinvestav in September of that same year.

As a formal student in the department, I continued to be part of the seminar whose sessions, intense and unforgettable, left me much more learning than I expected.

For example, the Wittgenstein readings. The long hours spent at the end of my bachelor's degree reading the *Tractatus logico-philosophicus* finally made sense! Today, language games continue to haunt my readings and, increasingly, they are incorporated into the texts that I write myself.

I also learned about Charles Sanders Peirce's semiotic theory and how Eugene used the triadic notion of the sign as a starting point to develop the Mathematical Systems of Signs, a theoretical notion that allowed him to describe the teaching and learning of algebra, thus articulating a new perspective on research that has given fruit to numerous studies and publications of which Dr. Rojano has already spoken extensively. I myself have had the fortune and honor to collaborate on some of them throughout the years of training and work with Eugenio and Tere: from presentations at the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) Conferences, to the recent publication of the article "Problems of two unknown quantities and two levels of representation of the unknown" published in the *Journal for Research in Mathematics Education* in January of last year (2011).

From philosophy I went back to history. My previous readings on the history of calculus (Newton's *De quadratura curvarum*), of physics (Optiks, also Newton's) made sense also through my contact with Filloy!

Although I knew little about the history of the development of Algebra, like any mathematician in training, I knew the history of the short life of Galois, famous among young people for being bohemian, in love, anti-church, rebellious and... cool. But I knew nothing of the Indian astronomers and mathematicians Bhaskara and Brahmagupta, or of the Persian mathematician, astronomer and poet Omar Khayyám.

And that leads me to talk about a facet of Eugenio that characterizes him and that has had a profound influence on me and on many other people who have been close to him: his generosity. I think that the history and legacy of a man, of a teacher, can be described by the books he treasures, but even more by the books he offers and shares.

Entering the Filloy library is an invitation to navigate through the immense plurality of ideas that the history of mathematics grants us. There I came across different translations of *Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala* (Concise Book of Calculation of Restoration and Opposition) and I was able to compare the versions and translations of Robert de Chester with that of Gerard of Cremona and with that of Frederic Rosen. Also the *Arithmetic* of Diophantus in several of its versions (See Eecke, P., J. Sesiano, Rashed, Tannery); the *Liber Quadratorum* 'The Book of Square Numbers' by Leonardo of Pisa ...

His generosity to his students goes beyond sharing his treasured library. An essential part of Filloy's didactic activity was supporting the student and teaching autonomy and self-sufficiency to write, participate in conferences, design and present research projects. I remember coming out of tutorial session and carrying a huge bundle made up of transcripts, videos, lessons, articles, books ... And hours of revisions and discussions on video-recorded interviews with laughter in front of the television; What did he say? What did he do? Where is it going? Sharing knowledge. Teaching. Learning.

I also received his generosity when becoming a teacher. Have you taught secondary school? Eugenio asked me. No... not yet, I replied. It was the middle of 2001 and by September of that year I

was already preparing my math classes for second grade of middle school at Revueltas, the school with an alternative approach that Eugenio founded. How was I doing? Suffice to say that I came out sweating, hoarse, exhausted. Nothing to do with the classes that I had taught at the School of Sciences! More difficult? My friends asked me. Without a doubt!

That experience profoundly transformed my way of seeing the mathematics classroom, it was no longer just a matter of finding and designing good problems and putting them to the test in an interview situation, but of recognizing the complexity of the teacher's work, the diversity of tensions in those that build the mathematical activity of the classroom.

On the other hand, in Revueltas I saw how Eugenio, a researcher in educational mathematics, ran into students in the hallways who said: "high-five, Eugenio!" and they climbed on his back so that he would carry them "on horseback"; with administrators who were looking for him to say "teacher, the calculators and view-screens arrived"; and teachers who asked him for support for their classes "Eugenio, do we review what we are going to see in third grade next week?" Creating and sustaining a "living" research laboratory, as a school is, is one of the most demanding tasks I have seen, and in Eugenio it is also an example of the consistency between theoretical discourse and practice.

But Eugenio's generosity is not limited to books and mathematics... discussions, projects, articles, accompanied by a good meal and a good wine, taste even better!

What is the meaning and reference of the expression "good French wine"? Following Eugenio's teaching, we could say that his reference is located in the Montrachet vineyards, between the towns of Puligny and Chanssange, in the Côte-d'Or of the Burgundy region, in eastern France. Or perhaps in a bottle from a Château d'Yquem, produced in the Sauternes region of Bordeaux. The meaning in this case is even clearer, if you want to think about it like that. Sauternes is made with semillon, sauvignon blanc and muscadelle grapes that, affected by a fungus endemic to the region, are partially raisined, resulting in a higher concentration of sugar and wines with a distinctive aroma. The Château d'Yquem is also made in an artisanal way, processing grape by grape... by hand.

And just as he shared how much he knows about wines with me, I have had the opportunity to be close to him, to his family, to Maru, his wife. Close not only to his vision as a researcher but also to his vision of life, of what in Mexico and Latin America we understand of being a sybarite, that is, who enjoys life in all its vastness.

Today, from my own vision of closeness, I want to thank Eugenio for all that he has shared and still shares with me. A big hug and many congratulations, Eugenio.

Mexico City, November 2012.

**Memories of one of Dr. Filloy's last students, by  
María Leticia Rodríguez-González**

Dr. Eugenio Filloy was a person with the ability to observe in order to know each and every one of us. He knew exactly what our strengths, weaknesses and especially feelings were. He was a man, with extraordinary universal knowledge, he always had a topic of conversation. He loved the narrative, weaving everyday life anecdotes into his stories, intermingling characters from Greek mythology and politics. Filloy was in love with life.

He loved it when we asked him things, although sometimes it was his students who were the most hesitant to ask him. The most interesting thing is that he wouldn't give us the answer, instead he would provide a large number of books to research it. But the wonderful thing is that the material that he would share with us was unpublished in most cases.

However, it was sometimes very difficult to follow the logic of his speech; even though we were barely understanding the beginning, he was already coming to the end. Over time, I learned that all his ideas were mathematical and heuristic but above all scientific.

I dare to affirm that Eugenio Filloy was the scientist who gave legitimacy to mathematics education, breaking with the paradigm of finding problems in the way in which mathematics is taught and learned. He gave the arguments for the object of knowledge of Educational Mathematics to focus on mathematics itself, establishing a clear difference between Mathematics Education, Mathematics Didactics and Mathematics Psychology.

Eugenio Filloy, a visionary teacher that knew that the construction of scientific knowledge requires interaction between researchers, teachers and students through communication. Proof of this was his participation and in some cases founder of Conferences, Forums, Symposia, national and international such as the Mexican Mathematical Society, the National Program for Teacher Training (*Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas*), the Central American and Caribbean Meeting on Teacher Training and Research in Educational Mathematics (*Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*), PME, PME-NA, CIAEM.

Thank you Dr. Filloy, even if you are no longer physically present, your presence will continue, starting with our Department of Educational Mathematics, which you founded together with Dr. Carlos Imaz. Your work is still present in your contribution to the research through the Local Theoretical Models.

### **Memories of Eugenio, by Ulises Xolocotzin**

I will always be grateful that Dr Eugenio Filloy took the time to greet me and talk with me when we bumped into each other at our Department. In our talks, he either made me laugh, or made me think. He once said to me: "I entered the matter of mathematical thinking from the side of mathematics and I came out from the side of cognition. You are entering from the side of cognition, but who knows which side you will come out from!" He made me think and said goodbye to me smiling. I keep thinking and I hope he keeps smiling.

### **References**

- Ávila Godoy, Ramiro (2013). Semblanza: "Eugenio Filloy Yagüe: Impulsor y líder del surgimiento, desarrollo y consolidación de la matemática educativa en México y Latinoamérica". Universidad de Sonora.
- Filloy, E., Rojano, T. & Puig, L. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach*. Springer.
- Solares, A., Puig, L. & Rojano, T. (2020). In Memoriam: Eugenio Filloy Yagüe: un breve recuento de vida y obra. *Educación Matemática* (32) 1. <https://doi.org/10.24844/EM3201.12>
- Trigueros, M, Sacristán, A. I. & Guerrero, L. (2008). Research in Mathematics Education in Mexico: achievements and challenges. In Figueras, O., Cortina, J.L., Alatorre, S., Rojano, T., & Sepúlveda, A. (Eds). *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*, Vol. 1 (pp. 219-231). Mexico: Cinvestav-UMSNH. <http://www.matedu.cinvestav.mx/~asacristan/NationalPresentationPME32.pdf>

## HOMENAJE A EUGENIO FILLOY†: UN PIONERO IMPULSOR DE LA DISCIPLINA DE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA

### TRIBUTE TO EUGENIO FILLOY†: A PIONEER AND DRIVING FORCE OF MATHEMATICS EDUCATION AS A DISCIPLINE

Por Ana Isabel Sacristán Rock  
Cinvestav, Mexico  
asacrist@cinvestav.mx

Con contribuciones de  
Armando Solares (Cinvestav, México, asolares@cinvestav.mx),  
Celia Hoyles (UCL Institute of Education, Reino Unido, c.hoyles@ucl.ac.uk),  
Richard Noss (UCL Institute of Education, Reino Unido, r.noss@ucl.ac.uk),  
Fernando Hitt (UQAM, Canada, hitt.fernando@uqam.ca),  
Carolyn Kieran (UQAM, Canada, kieran.carolyn@uqam.ca),  
Miguel Díaz-Chávez (Universidad Pedagógica Nacional, México),  
José Carlos Cortés Zavala (UMSNH, Mexico, jcortes@umich.mx),  
María Leticia Rodríguez-González (Cinvestav, México, leticia.rodriguez@cinvestav.mx),  
Ulises Xolocotzin (Cinvestav, México, ulises.xolocotzin@cinvestav.mx),  
Teresa Rojano (Cinvestav, México, trojano@cinvestav.mx),  
Luis Puig (Universitat de València, España, luis.puig@uv.es)



**Eugenio Filloy (1942-2020)**

Como dijimos en el prólogo de estas actas, cuando planeamos el programa del PME-NA 42, habíamos contemplado incluir un homenaje especial y presencial en vida a Eugenio Filloy, al que considero “el padre” de la matemática educativa en México, con una influencia que trasciende fronteras a otros países de Ibero y Latinoamérica. Eugenio fue de las personas que más apoyaron la realización del PME-NA 42 en México, y estas actas incluyen muchas contribuciones de sus estudiantes y suyas. Tristemente, Eugenio falleció el 23 de marzo de este año 2020. Hacemos este homenaje por tanto *in memoriam*.

Aquí bosquejamos su trayectoria académica y algunas de sus principales contribuciones al campo de la Matemática Educativa.

- Eugenio obtuvo la Licenciatura en Matemáticas en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México, en 1965, habiendo también estudiado Física Teórica
- Obtuvo el grado de Maestro en Ciencias en Matemáticas, del Cinvestav, en 1966, y ese mismo año fue profesor visitante de la Universidad de California en Los Angeles.
- Obtuvo el grado de Doctor en Ciencias en Matemáticas de la Universidad de Chicago, en 1970.
- En 1971, ingresa como investigador adjunto del Departamento de Matemáticas del Cinvestav; pero también hace un trabajo posdoctoral en la Universidad de Ginebra, Suiza, en 1972.
- De 1973 a 1977, fue presidente de la Sociedad Matemática Mexicana
- En 1975, co-fundó la Sección de Matemática Educativa (SME), afiliada al Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Cinvestav, junto con otros dos matemáticos del Departamento de Matemáticas –Carlos Imaz y Juan José Rivaud— con quienes colaboraba en el diseño y escritura de los libros de texto de Matemáticas para la escuela primaria, dentro del Programa Nacional de Libros de Texto Gratuitos, impulsado por la Secretaría de Educación Pública (SEP) a finales de los años 60s. Como explica Ramiro Ávila Godoy (2013):

Esta experiencia del Dr. Filloy le permitió tomar plena conciencia de la importancia y complejidad de la problemática del aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas y de la necesidad de atenderla en todos los niveles educativos, en especial en el nivel básico; pero lo más trascendente no fue haberse percatado de la necesidad de atender dicho problema, sino el haber tomado la decisión de intervenir de manera directa en la búsqueda de solución al mismo. [...]

... en el nombre *Matemática Educativa* iba implícita la intención de enfrentar la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática desde la matemática misma. En esa época, este enfoque resultó muy original, dando lugar a que en muchos países de Latinoamérica empezara a hablarse de Matemática Educativa como lo que en la actualidad es en la comunidad latinoamericana, *la disciplina dedicada al estudio de la problemática de la educación matemática*.

- Desde el inicio de la SME (hoy en día, el Departamento de Matemática Educativa –DME, del Cinvestav), i.e. desde 1975, se ofreció una Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, “con un fuerte contenido tanto en matemáticas, como en la historia y fundamentos de las matemáticas” (Trigueros, Sacristán & Guerrero, 2008, p. 220); y a partir de 1982, un programa de Doctorado en Ciencias. Eugenio mismo (activo hasta el día de su fallecimiento) dirigió las tesis de casi 100 estudiantes de esos programas (más de 60 tesis de maestría y más de 30 de doctorado); muchos de sus ex alumnos tienen escritos en estas actas.
- En 1983, Eugenio fundó el ambicioso y trascendental Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas (PNFAPM) que, en colaboración con una red de departamentos de Matemáticas de más de 30 universidades y tecnológicos regionales de México, ofreció una Maestría en Ciencias en Matemática Educativa; así como un programa de licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas.

El PNFAPM también estableció vínculos académicos con instituciones internacionales, y muchos miembros de la SME realizaron estudios de doctorado y posdoctorado en el extranjero. Simultáneamente al PNFAPM, se lanzaron conferencias y reuniones nacionales e internacionales para que investigadores y docentes pudieran compartir y discutir sus experiencias”. (Trigueros, Sacristán y Guerrero, 2008, p. 221)

De hecho, Eugenio promovió continuamente las colaboraciones con investigadores de todo el mundo. Por ejemplo:

- Participó activamente en eventos internacionales, tales como los del CIAEM (presidiendo, en 1980, el XXXII CIAEM, en Oaxtepec, México), del PME e ICMI. Eugenio fue instrumental

para que México formara parte del PME-NA; Teresa Rojano explica: “Fue Eugenio Filloy quien, en la década de 1980, propuso que se considerara a México como miembro del PME-NA, argumentando que geográficamente México es parte de América del Norte. Un año después, el Comité Directivo [del PME-NA] agregó un lugar para miembro mexicano.”

- Trigueros, Sacristán y Guerrero (2008, p. 221) describen las colaboraciones internacionales y vínculos académicos promovidos por Eugenio para la SME del Cinvestav:

Desde sus inicios, el grupo de la SME-Cinvestav [liderado por Eugenio] comenzó a estudiar lo que se estaba haciendo a nivel internacional y desarrolló vínculos académicos con investigadores e instituciones extranjeras. Los primeros vínculos se realizaron con Brousseau y Glaeser, y más tarde con los *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM) en Burdeos y en la *Université Louis Pasteur* en Estrasburgo, Francia, así como con la *École des Hautes Études en Sciences Sociales* en París. Esto estableció una influencia de la escuela francesa de *Didactique*. [...] El grupo SME-Cinvestav también tuvo en cuenta los marcos teóricos de otros países como de los Estados Unidos (por ejemplo, el trabajo de Bruner y Skinner), de la Unión Soviética (por ejemplo, el de Kruteski), del Reino Unido, así como el trabajo de Piaget. Otros vínculos académicos tuvieron lugar con la Universidad de Londres, Reino Unido, la Universidad de Cambridge, Reino Unido y la Universidad de Toronto, Canadá. En el siglo XXI, se habían establecido muchos otros vínculos internacionales con DME-Cinvestav. Además de los mencionados, otras incluyen los de las Universidades de Granada y Valencia en España; la *Université Joseph Fourier* en Grenoble, Francia; la Universidad de Quebec en Montreal (UQAM), Canadá; las universidades de Georgia y Massachusetts-Dartmouth en los Estados Unidos; y las Universidades de Nottingham y de Bristol, Reino Unido.

- En 1979, Eugenio también lleva a cabo trabajo posdoctoral en la Universidad de Estrasburgo, Francia, y es profesor invitado en la Universidad Autónoma de Barcelona, España.
- De esa forma, investigadores como François Pluvinage (quien casualmente falleció prácticamente el mismo día que Eugenio), Kat Hart, Carolyn Kieran, Luis Puig, Celia Hoyles, Ros Sutherland, Richard Noss y James Kaput, entre otros, se hicieron habituales colaboradores del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav
- Y el resultado, tanto del programa de Maestría, y posteriormente del programa de Doctorado del Cinvestav, así como del PNFAPM, son varios cientos de graduados formados a través del Cinvestav, no solo de México, sino de toda Ibero y América Latina, los cuales han influido en sus regiones en el campo de la Educación Matemática; otra consecuencia es el lanzamiento de otros programas de capacitación para profesores de matemáticas y/o de investigación en Matemática Educativa.

Eugenio no solo fortaleció el campo de la Educación Matemática a través de sus iniciativas de desarrollo profesional, sino también a través de su investigación y los enfoques y métodos de investigación que impulsó (para más detalles, ver Trigueros, Sacristán & Guerrero, 2008; y Solares, Puig y Rojano, 2020). Por ejemplo,

- Impulsó el análisis de la historia y de los fundamentos de las matemáticas, como método de investigación en la disciplina de la matemática educativa.
- Promovió el uso y la investigación de lo que antes se solía llamar las “nuevas tecnologías” (es decir, computadoras, medios audiovisuales y otros recursos digitales).
- Ante la necesidad de realizar una experimentación controlada, fundó una escuela en la que podría hacerlo (el Centro Escolar Hermanos Revueltas).
- Reconoció las limitaciones de los modelos teóricos generales y propuso el concepto de Modelos Teóricos Locales (ver el libro *Educational Algebra* de Filloy, Rojano & Puig, 2008).

- Produjo cerca de 500 publicaciones científicas en sus líneas de investigación: Didáctica del álgebra y la geometría; Historia de las ideas algebraicas y geométricas; Desarrollo curricular; Uso de nuevas tecnologías en la enseñanza; Sistemas Matemáticos de Signos; y Modelos Teóricos Locales.
- Eugenio también fue miembro de muchos Comités Científicos y / o Editoriales, incluyendo de las revistas *Educational Studies in Mathematics* y *Recherche en Didactique des Mathématiques*.
- Recibió muchas distinciones, incluida la de ser nombrado Profesor Emérito del Cinvestav (2002); recibir un Doctorado *Honoris Causa* de la Universidad de Sonora (2011); ser otorgado la medalla “Mtro. Remigio Valdéz Gámez” de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas AC (ANPM AC) por su meritoria y trascendente trayectoria en el ámbito de la educación matemática en México (2013); y un reconocimiento honorífico de la Universidad Autónoma de Guerrero por ser fundador en México y América Latina de la Matemática Educativa, aportaciones académicas de referente internacional (2016).

A eso le sumamos este homenaje, en reconocimiento a su profundo legado en el campo de la Matemática Educativa.

A continuación incluimos algunos, recuerdos e historias de algunos de sus colaboradores y ex alumnos:



**“Eugenio siempre estará señalándonos hacia dónde seguir adelante.” Luis Puig**

**Recuerdos felices del Prof Eugenio Filloy, por  
Celia Hoyles and Richard Noss**



**Celia y Richard con Eugenio en los años ochentas**

Por lo que podemos recordar, Celia conoció a Eugenio en una de las primeras conferencias de PME: Grenoble 1981 o Amberes 1982, no podemos estar seguros. Nuestra relación con Eugenio duró muchas décadas. Está lleno de tantos recuerdos maravillosos, de lo que solo podemos compartir su esencia aquí.

Eugenio se destacó por su profundo compromiso con las matemáticas y la educación matemática, su devoción por México y el fomento de la educación matemática en el país. Uno solo tenía que pasar diez minutos en su compañía para reconocer su encanto, su sentido del humor y quizás sobre todo el brillo en sus ojos. ¡Sin mencionar su maravillosa hospitalidad y sus opiniones gourmet sobre el vino y la comida!

A mediados de los años ochenta, Eugenio y Celia pusieron en marcha el Proyecto de Investigación Anglo-Mexicano, denominado “El Desarrollo de Micromundos Matemáticos para Alumnos y Docentes”. Esto se logró con la financiación del British Council y el Gobierno de México y el trabajo avanzó en colaboración con el Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas o PNFAPM que lideró Eugenio. Cuando Richard y más tarde Teresa Rojano y Ros Sutherland se unieron al equipo en 1986, se había establecido un flujo constante de visitas en ambas direcciones junto con colaboraciones de investigación que duraron muchos años.

Una característica central del proyecto fue reclutar estudiantes de doctorado que conocimos en México, quienes fueron sujetos a un proceso de selección para realizar un doctorado en Educación Matemática en Londres, con trabajo de campo en México.

¡Esto significó para nosotros un gran “extra” de este proyecto! Solíamos visitar México una vez al año, yendo a diferentes partes de este increíble país con Eugenio como nuestro guía y mentor. Pero eso no fue todo: ¡Eugenio no era de los que se quedaban en una tienda de campaña y comían en un café al borde de la carretera! Por el contrario, nuestras visitas se caracterizaron por visitas a maravillosos restaurantes, hoteles exóticos y seminarios relajados pero fascinantes donde conocimos a varios investigadores a los que ahora consideramos amigos y colaboradores, como Olimpia



Figueras y en particular una de las estudiantes de doctorado estrella de Richard de este programa, Ana Isabel Sacristán quien se ha convertido en una figura destacada en Educación Matemática en México e internacionalmente.

Se destaca un incidente, uno que es icónico en términos de la disposición de Eugenio para mirar la vida, sin importar cuán seria sea, con un brillo en los ojos. Dábamos una charla en un seminario, en algún lugar de la Ciudad de México. Celia estaba tratando de explicar cuidadosamente algunos puntos clave de nuestra investigación, y ambos estábamos tratando de comunicarnos (vergonzosamente, a pesar de tantas visitas a México, ninguno de los dos hablamos español lo suficientemente bien como para dar una charla). Eugenio estaba traduciendo amablemente lo que creíamos que era un punto importante y serio, cuando el público se echó a reír. Eugenio nos miró de reojo, con un atisbo de sonrisa en su rostro. Hasta el día de hoy no sabemos lo que dijo, o qué tan cercana, si es que lo hizo, fue su "traducción" a lo que dijimos. 😊

Extrañamos mucho a Eugenio pero al menos nos da consuelo el hecho de que nuestra relación con México continúa a través de colaboraciones con Ana y con Teresa que comenzaron con su iniciativa. Hemos vuelto a visitar algunos de nuestros lugares favoritos para realizar talleres, en esta ocasión organizado por ellos. Así que terminamos con una foto de nosotros con Ana tomada en uno de estos talleres en el encantador hotel Hostería Las Quintas en Cuernavaca, que nos presentó Eugenio como sede de uno de sus seminarios y se convirtió en uno de nuestros lugares favoritos en todo el mundo. 😊



**Richard y Celia con Ana Isabel Sacristán (izq., quien hizo sus estudios doctorales en Londres como parte de la colaboración iniciada por Eugenio Filloy) en los jardines de la Hostería Las Quintas**



**Celia y Richard en los jardines de la Hostería Las Quintas, Cuernavaca**

### **Recuerdos de Eugenio, por Carolyn Kieran**

A menudo, durante las últimas décadas, cuando me invitaban a México a dar una plática para profesores y jóvenes investigadores, y se le pedía a Eugenio que tradujera mi presentación al público del inglés al español, algo extraño sucedía: enunciaba más o menos un párrafo en inglés y luego era

el turno de Eugenio de traducir lo que acababa de decir. Inevitablemente, la traducción tomaba más tiempo, pero no solo eso, a menudo provocaba ataques de risa en el público. Eugenio era un experto en darle un toque de humor a mis presentaciones que sin él eran sencillas y muy serias – algo por lo que siempre estaré muy agradecida y siempre apreciaré de Eugenio: su gentileza y gran sentido del humor.

### **Recuerdos de Eugenio, por Fernando Hitt**

Eugenio era uno de nuestros "maîtres penseurs" mexicano. Tenía una visión muy amplia de los problemas de México en educación y de nuestras posibilidades de contribuir al mejoramiento de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. Cuando yo realizaba estudios de doctorado en el extranjero, presenté a los miembros de la Sección de Matemática Educativa un documento sobre la evolución de la sección y sus miembros, que pasó a la historia como el "documento de los colorines". En ese documento hacía una proyección de la sección hacia el futuro. Ese documento se utilizó durante varios años como guía para recordarnos sobre los objetivos de la sección.

Eugenio al inicio de los 80s me propuso reflexionar sobre un proyecto sobre la formación de profesores de matemáticas que se *debería* presentar a la Dirección General de Educación Superior Universitaria poco antes del cambio de sexenio (en 1982). Me propuso que nos reuniésemos un día cada semana en su casa y que si el proyecto no fuera aprobado, al menos pasaríamos un rato agradable discutiendo y tomando un par de copas... El resultado fue que Jesús Reyes Heróles al ser nombrado secretario de educación, al escuchar el proyecto por el Director General, mencionó que ese era un proyecto excelente y que se deberían implementar muchos más del mismo estilo (Español, Biología, Física, etc.). Fue así como nació el Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas (PNFAPM), el problema fue que poco tiempo después murió Reyes Heróles. Aún así, pudimos sostener el programa por más de 10 años.

Algunas memorias de los PME:

En un PME de finales de los 80s o principios de los 90s, Eugenio fue a una conferencia sobre el uso de nuevas tecnologías. Por primera vez, Eugenio veía a alguien utilizando computadora y cañón en una presentación. Me explicó que se veía un poco borroso y la imagen pequeña. Me cuenta que varios minutos después llega un tipo, se sienta al frente cerca de donde estaba la computadora y el cañón, se levanta mueve realiza un par de cosas y deja una imagen nítida e imagen más amplia. Eugenio me dijo, ese momento fue mucho más interesante sobre la utilidad de la tecnología que toda la conferencia completa.

En el PME en Asissi (Italia) en 1991, al inicio del congreso lo ví salir del hotel estando yo en la cafetería. Salí unos 5 minutos después y me lo encontré en el camino. Le dije que pensaba que ya estaría en el congreso, y me contestó que caminando a la Michael Jackson le tomaba más tiempo... ☺

### **Eugenio Filloy Yagüe, un profesor que me dejó un legado, por Miguel Díaz Chávez**

En mi formación, el profesor Filloy fue un personaje muy importante y los encuentros fueron muchos; sin embargo creo que los siguientes son los que quiero compartir.

Mi primer encuentro con el profesor Filloy fue en el año de 1986 cuando iniciaba mis estudios de maestría de matemática educativa, en la entonces sección del mismo nombre ubicada en el bello edificio de Dakota 379 en la colonia Nápoles. En ese primer semestre él fue mi profesor del curso básico de educación y creo que una de las primeras lecturas que nos dejó fue la del libro "*Psicogénesis e historia de la ciencia*" de Jean Piaget y Rolando García. Yo leí las secciones que nos indicó y al final le dije con mucha angustia que no entendía y él muy comprensivo me contestó: *Algún día lo entenderás*. Este curso y sus disertaciones me abrieron el panorama de la educación matemática.

Un segundo recuerdo que tengo muy presente fue en mi primer viaje a Europa en 1988 cuando me sorprendí de encontrar un libro de su autoría en una librería de Madrid, este descubrimiento me mostró la trascendencia de su trabajo a nivel internacional.

El último encuentro que tuve con él profesor Filloy fue escuchándolo en un evento en la ciudad de México hace aproximadamente cinco años. En ese tiempo yo iniciaba una investigación sobre el libro de texto gratuito de matemáticas y platicué con él sobre la posibilidad de hacerle una entrevista al respecto, considerando que él fue uno de los autores de esos libros en los años 70's; como era de esperarse estuvo de acuerdo, pero con su estilo me dijo: *Sí, pero date prisa*. Nunca tuvo lugar esa entrevista. Para él, el profesor Filloy, mi gratitud infinita.

### **Algunos recuerdos de Eugenio, por Ana Isabel Sacristán**

Cuando inicié, en 1986, mis estudios de Maestría en la Sección de Matemática Educativa del Cinvestav, tuve como profesor a Eugenio Filloy, en la materia que se llamaba “Básico de Educación”. Recuerdo lo intimidante que me resultaba su presencia tan imponente. Por ejemplo, era obsesivo con la puntualidad y yo le tenía miedo por eso: mirando su reloj, me decía: “Llegaste dos minutos tarde”; o, en una ocasión: “Llegaste 30 segundos tarde”(!)

En contraparte, me resultó sorprendente, en aquel entonces, cómo era más importante para él que razonáramos a que aprendiéramos contenidos, y recuerdo lo iluminante que fue el estudio del libro “*Psicogénesis e historia de la ciencia*” de Jean Piaget y Rolando García. Eugenio me introdujo a una filosofía educativa que desconocía entonces, pero que he seguido hasta ahora.

Tiempo después de haber terminado mis estudios de maestría, en 1989, me topé con él de casualidad un día: De entrada me dijo: “Los ingleses están aquí”; inmediatamente, sin que yo pudiera decir ni una sola palabra, ni preguntar a qué se refería, abrió su agenda y me ordenó estar al día siguiente para entrevistarme con Celia Hoyles a una hora específica. Así de corto fue el encuentro, y yo no sabía bien de qué se trataba. Pero era un entrevista para realizar estudios de doctorado en la Universidad de Londres, Inglaterra, con apoyo del PNFAPM y del *British Council*. De esa manera, por un encuentro que se dio de casualidad, mi futuro quedó sellado; y le estaré eternamente agradecida a Eugenio, además de sus enseñanzas, por ponerme y apoyarme en el camino.

Tengo la satisfacción de haberle podido informar, poco antes de que falleciera, que le haríamos este homenaje en el PME-NA 42. Creo que le dio gusto.

### **Memorias de Eugenio, por José Carlos Cortés**

En 1991 inicié mis estudios de Maestría en la Sección de Matemática Educativa en el edificio ubicado en la calle Dakota en la Ciudad de México. En esa misma calle se encontraba también el edificio en el que trabajaba el Dr. Filloy, en ese entonces él era el jefe de la sección. La primera vez que lo vi me impresionó su tono fuerte de voz y su apariencia. Como en el primer semestre de mis estudios de Maestría no contaba aún con el apoyo de Conacyt, un día se me acercó el Dr. Filloy y me dijo que si quería trabajar en su escuela “Los Hermanos Revuelta” lo cual acepté con mucho gusto y nunca olvidare esa experiencia tan grande. En la escuela “Los Hermanos Revuelta” dirigida por Maru, esposa del Dr. Filloy, se nos permitía innovar a los profesores, también se nos permitía a los estudiantes de Maestría y Doctorado realizar experimentación educativa (claro cumpliendo todos los protocolos), es decir el Dr. Filloy fue pionero en la Investigación en Matemática Educativa pero a su vez ponía en práctica a través de su escuela las nuevas tendencias de enseñanza en Matemática Educativa. Mucho tiempo después el Dr. Filloy participó con nosotros en varios congresos de AMIUTEM y de lo cual tenemos muy Buenos recuerdos. Enhorabuena, Eugenio, en el lugar que te encuentres.

### **Discutiendo con Eugenio Filloy en Dakota 428, por Armando Solares Rojas (escrito en 2012)**

Conocí a Eugenio Filloy en la primavera del año 2000. Las referencias que tenía de él me hacían ubicarlo como fundador del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV, miembro de los comités editoriales de algunas de las revistas más importantes de investigación en el área, investigador internacionalmente famoso por sus contribuciones en didáctica del álgebra y como un personaje muy importante en las reformas educativas del país. Pero me faltaba mucho por conocer de él...

La primera reunión de trabajo que tuvimos se llevó a cabo en las oficinas de la Sociedad Mexicana de Matemática Educativa, en el número 428 de la calle de Dakota en la colonia Nápoles. Llegué puntualmente y pasamos a su oficina de reuniones. Tres sillones, una pequeña mesa, varias pinturas, una colección de posters celebrando los 300 años de la publicación de los Principios Matemáticos de la Filosofía Natural, de Isaac Newton. Hablamos poco, pero en esa corta charla me hizo una invitación a un seminario de filosofía de las matemáticas que estaba en curso, con Ignacio Garnica.

Junto con Manuel Cruz, quien era becario del Instituto de Matemáticas de la UNAM y es ahora director del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Guanajuato, me armé de valor y dedicamos largas horas a la lectura y discusión del texto Sobre sentido y referencia de Gottlob Frege. Con muchas ideas en la cabeza nos lanzamos a las sesiones de un seminario en el que tratábamos de dar respuesta a preguntas como ¿qué son los números?, ¿a qué se refieren las expresiones que involucran números? Eugenio Filloy conducía el seminario para discutir teorías sobre el significado de los textos matemáticos y me mostró la posibilidad de trabajar, desde las matemáticas, con la epistemología, la historia y la didáctica. Ingresé al doctorado en Matemática Educativa en septiembre de ese mismo año.

Ya siendo formalmente alumno en el departamento seguí siendo parte del seminario cuyas sesiones, intensas e inolvidables, me dejaron muchos más aprendizajes de los que esperaba.

Por ejemplo, las lecturas de Wittgenstein. ¡Por fin cobraban sentido las largas horas dedicadas a finales de la licenciatura a la lectura del Tractatus logico-philosophicus! Hoy en día los juegos del lenguaje siguen rondando mis lecturas y, cada vez más, se incorporan en los textos que yo mismo escribo.

Conocí también la teoría semiótica Charles Sanders Peirce y cómo Eugenio utilizaba la noción triádica del signo como punto de partida para desarrollar los Sistemas Matemáticos de Signos, noción teórica que le permitiera describir fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra articulando así una nueva perspectiva de investigación propia que ha rendido frutos en numerosas investigaciones y publicaciones de la que ya ha hablado ampliamente la Dra. Rojano. Yo mismo he tenido la fortuna y el honor de colaborar en algunas de ellas a lo largo de los años de formación y trabajo con Eugenio y Tere: desde presentaciones en las Conferencias del International Group for the Psychology of Mathematics Education, hasta en la reciente publicación del artículo Problemas de dos cantidades desconocidas y dos niveles de representación de la incógnita publicado en el Journal for Research in Mathematics Education en enero del año pasado.

De la filosofía regresé a la historia. Mis lecturas previas sobre la historia del cálculo (el De quadratura curvarum, de Newton), de la física (la Optiks, también de Newton) tomaron sentido ¡también a través del contacto con Filloy!

Si bien sabía poco de la historia del desarrollo del álgebra, como todo matemático en formación, conocía la historia de la corta vida de Galois, famoso entre los jóvenes por bohemio, enamorado, anti-ecclesiástico, rebelde y... genial. Pero nada sabía de los astrónomos y matemáticos indios Bhaskara y Brahmagupta, ni del matemático, astrónomo y poeta persa Omar Khayyám.

Y eso me lleva a hablar de una faceta de Eugenio que lo caracteriza y que ha tenido una influencia profunda en mí y en muchas otras personas que han estado cerca de él: su generosidad. Pienso que la historia y el legado de un hombre, de un maestro, puede describirse por los libros que atesora, pero aún más por los libros que ofrece y que comparte.

Entrar a la biblioteca de Filloy es una invitación a navegar por la inmensa pluralidad de ideas que la historia de matemáticas nos otorga. Ahí me encontré con distintas traducciones del *Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala* (Libro conciso de cálculo de restauración y oposición) y pude comparar las versiones y traducciones de Robert de Chester con la de Gerardo de Cremona y con la de Frederic Rosen. También la Aritmética de Diofanto en varias de sus versiones (Ver Eecke, P., J. Sesiano, Rashed, Tannery); el *Liber Quadratorum* 'El Libro de los Números cuadrados' de Leonardo de Pisa...

Su generosidad para con sus estudiantes va más allá de compartir su preciada biblioteca. Parte esencial de la actividad didáctica de Filloy es el apoyo al estudiante y la enseñanza de la autonomía y la autosuficiencia para escribir, participar en congresos, diseñar y presentar proyectos de investigación. Me recuerdo saliendo de asesoría y cargando un bulto enorme conformado por transcripciones, videos, lecciones, artículos, libros... Y horas de revisiones y discusiones sobre entrevistas video-grabadas con risas frente al televisor, ¿qué dijo?, ¿qué hizo?, ¿para dónde va? Compartir conocimiento. Enseñar. Aprender.

Recibí también su generosidad para formarme como maestro. ¿Has dado clases en secundaria?, me preguntó Eugenio. No... todavía, le contesté. Eran mediados del 2001 y para septiembre de ese año ya preparaba mis clases de matemáticas para segundo grado de secundaria en el Revueltas, la escuela con enfoque alternativo que Eugenio fundó. ¿Cómo me iba? Basta decir que salía sudando a chorros, afónico, exhausto. ¡Nada que ver con los cursos que me había tocado impartir en la Facultad de Ciencias! ¿Más difícil?, me preguntaban mis amigos. ¡Sin lugar a dudas!

Esa experiencia transformó profundamente mi manera de ver el salón de clases de matemáticas, ya no se trataba sólo de encontrar y diseñar buenos problemas y ponerlos a prueba en situación de entrevista, sino de reconocer la complejidad del trabajo del maestro, la diversidad de tensiones en las que se construye la actividad matemática del salón de clases.

Por otro lado, en Revueltas vi cómo Eugenio, investigador en matemática educativa, se topaba en los pasillos con alumnos que le decían “¡Chócalas, Eugenio!” y se subían a su espalda para que los llevara “de caballito”; con directivos que lo buscaban para decirle “maestro, llegaron las calculadoras y los view-screen”; y profesores que le pedían apoyo para sus clases “Eugenio, ¿revisamos lo que vamos a ver en tercero la siguiente semana?”. Crear y sostener un laboratorio de investigación “vivo”, como es una escuela, es una de las tareas más demandantes que he visto, y en Eugenio es también es una muestra de consistencia entre el discurso teórico y la práctica.

Pero la generosidad de Eugenio no se limita a compartir solamente sobre libros y matemáticas... las discusiones, los proyectos, los artículos, acompañados con una buena comida y un buen vino ¡saben aún mejor!

¿Cuáles son el sentido y la referencia de la expresión “buen vino francés”? Siguiendo las enseñanza de Eugenio, podríamos decir que su referencia se ubica en los viñedos de Montrachet, entre los pueblos de Puligny y Chanssange, en la Côte-d'Or de la región de Borgoña, en el este de Francia. O quizás en una botella de un Château d'Yquem, producido en la región de Sauternes, en Burdeos. El sentido en este caso es aún más claro, si quiere uno pensarlo así. El Sauternes se elabora con uvas semillon, sauvignon blanc y muscadelle que afectadas por un hongo endémico de la región, quedan parcialmente pasificadas, de lo que resulta una mayor concentración de azúcar y vinos con un aroma distintivo. El Château d'Yquem se elabora, además, de manera artesanal, procesando uva por uva... a mano.

Y así como compartió lo mucho que sabe de vinos conmigo, he tenido oportunidad de estar en la cercanía de su persona, de su familia, de Maru, su esposa. Cerca no sólo de su visión de investigador sino también de su visión de vida, de lo que en México y América Latina entendemos por ser sibarita, o sea, quien disfruta de la vida en toda su vastedad.

Hoy, desde mi propia visión sobre la cercanía, quiero agradecer a Eugenio todo lo que ha compartido y comparte aún conmigo. Un gran abrazo y muchas felicitaciones, Eugenio.

Ciudad de México, noviembre de 2012.

### **Memorias de una de las últimas estudiantes del Dr. Filloy, por María Leticia Rodríguez-González**

El Dr. Eugenio Filloy era una persona con la habilidad de observar para conocer a cada uno de nosotros. Sabía exactamente cuáles eran nuestras fortalezas, debilidades y sobre todo sentimientos. Fue un hombre, con un extraordinario conocimiento universal, siempre tenía tema de conversación. Le encantaba la narrativa, anudando en sus historias relatos de la vida cotidiana, entremezclando personajes de la mitología griega y de la política. Filloy era un enamorado de la vida.

Le encantaba que le preguntáramos cualquier cosa, aunque algunas veces éramos nosotros sus alumnos quienes dudábamos en preguntarle. Lo más interesante, es que no nos daba la respuesta, sino que nos proporcionaba un gran número de libros para investigarlo. Pero lo maravilloso, es que el acervo que nos compartía, eran materiales inéditos en la mayoría de los casos.

Sin embargo, a veces era muy difícil seguir la lógica de su discurso; pues aunque nosotros apenas estábamos entendiendo el principio, él ya estaba construyendo el final. Con el tiempo, aprendí que todas sus ideas tenían un sentido no sólo matemático y heurístico sino sobretodo científico.

Me atrevo a afirmar que Eugenio Filloy, fue el científico que le dio legitimidad a la matemática educativa, rompiendo con el paradigma de encontrar los problemas en la forma en que se enseñan y se aprenden las matemáticas. Él dio los argumentos para que el objeto de conocimiento de la matemática educativa se centre en las matemáticas mismas, estableciendo una clara diferencia entre Educación Matemática, Didáctica de las Matemáticas y Psicología de las Matemáticas.

Eugenio Filloy maestro visionario sabía que la construcción del conocimiento científico requiere de la interacción entre investigadores, maestros y alumnos a través de la comunicación, muestra de ello fue su participación y en algunos casos fundador de Congresos, Foros, Simposios, nacionales e internacionales como La Sociedad Matemática Mexicana, Programa Nacional de Formación de Profesores, Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la formación de profesores e Investigación en Matemática Educativa, PME, PME-NA, CIAEM.

Gracias Dr. Filloy, aunque ya no estés físicamente, tu presencia seguirá vigente, empezando por nuestro Departamento de Matemática Educativa, el cual fundaste junto con el Dr. Carlos Imaz, Tu obra sigue presente con Tu contribución a la investigación a través de los Modelos Teóricos Locales.

### **Memorias de Eugenio, por Ulises Xolocotzin**

Siempre agradeceré que el Dr Eugenio Filloy se diera el tiempo de saludarme y platicar conmigo cuando nos encontrábamos en nuestro Departamento. En nuestras platicas o me hacía reír, o me hacía pensar. Una vez me dijo: "Yo entré al asunto del pensamiento matemático desde el lado de las matemáticas y salí por el lado de la cognición. Tú estas entrando por el lado de la cognición, ¡Pero quién sabe por qué lado salgas!". Me puso a pensar y se despidió de mí sonriendo. Yo sigo pensando y espero que él siga sonriendo.

### Referencias

- Ávila Godoy, Ramiro (2013). Semblanza: “Eugenio Filloy Yagüe: Impulsor y líder del surgimiento, desarrollo y consolidación de la matemática educativa en México y Latinoamérica”. Universidad de Sonora.
- Filloy, E., Rojano, T. & Puig, L. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach*. Springer.
- Solares, A., Puig, L. & Rojano, T. (2020). In Memoriam: Eugenio Filloy Yagüe: un breve recuento de vida y obra. *Educación Matemática* (32) 1. <https://doi.org/10.24844/EM3201.12>
- Trigueros, M, Sacristán, A. I. & Guerrero, L. (2008). Research in Mathematics Education in Mexico: achievements and challenges. In Figueras, O., Cortina, J.L., Alatorre, S., Rojano, T., & Sepúlveda, A. (Eds). *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*, Vol. 1 (pp. 219-231). Mexico: Cinvestav-UMSNH. <http://www.matedu.cinvestav.mx/~asacristan/NationalPresentationPME32.pdf>
- Filloy, E., Rojano, T. & Puig, L. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach*. Springer.