

WORKING GROUP: DIDACTIC CONTRASTS BETWEEN CALCULUS AND ANALYSIS

GRUPO DE TRABAJO: CONTRASTES DIDÁCTICOS ENTRE CÁLCULO Y ANÁLISIS

Fabio Augusto Milner
Arizona State University, USA
fmilner@mainex1.asu.edu

José Ramon Jiménez Rodríguez
Universidad de Sonora, Mexico
jimenez@mat.uson.mx

A new Working Group is proposed. In other forums, both PME and ICMI, working groups have worked and focused on the analysis of problems in teaching and learning Calculus and Analysis, both at the pre-university and university levels, but those did not start from a clear characterization and explicit statement of the differences that could exist between these two areas of mathematical knowledge and, consequently, without full awareness of the implications that this distinction could have for both educational research and teaching. This is precisely the theme that is intended to be the focus here. It is intended that the Working Group will be working until it reaches a certain maturity of the ideas that it plans to discuss.

Keywords: Precalculus, Calculus, Curriculum Analysis

Objective of the Working Group

Identify and characterize the conceptual, epistemological and didactic differences between Calculus and Mathematical Analysis, to guide both the specific problems of educational research, and the selection of content in pre-university or university Calculus courses for non-mathematicians.

Strategy

Promote the exchange of ideas and discussion among invited experts, as well as among the participants, around the issue raised and the stated goal. This work will be supported by the presentation of a base document for discussion, prepared by this new Working Group's proposers.

Invited researchers

Luis Moreno Armella, Cinvestav, Mexico

Irene Biza, U. of East Anglia, UK

Fernando A. Hitt Espinoza, University of Quebec at Montreal, Canada

Anatoli Kouropatov, David Yellin and Levinsky College of Education, Israel

Patrick W. Thompson, Arizona State University, USA

Tin Lam Toh, National Institute of Education, Singapore

Laurent Vivier, University of Paris Diderot, France

Coordinator of the Working Group

Fabio Augusto Milner, Arizona State University

Theoretical referents

From the theoretical referents provided by the Ontosemiotic Approach to Cognition and Mathematical Instruction (Godino and Batanero, 1994), researchers have been making different efforts to characterize both Mathematical Analysis and Differential and Integral Calculus, distinguishing the problem situations addressed by each of them, as well as the mathematical objects that are used and emerge in the historical development of each of these two areas of mathematical knowledge. In particular, emphasis has been placed on identifying and characterizing some of the mathematical practice systems and primary objects (problem situations, language, procedures, properties, arguments and concepts) in each of these two disciplines.

However, it is important to systematize and organize the partial results of these efforts in three directions. First, it is important to try to identify and characterize the greatest number of contrasts between Calculus and Analysis, so that the distinction is as complete as possible. Secondly, it is important to analyze these contrasts from the point of view of the cognitive abilities and professional needs of the students (pre-university and university) who enroll in a Calculus course. The second direction concerns directly the curricular design of the Calculus course. Thirdly, and this seems fundamental to us, it is important to identify, in light of these contrasts, the new psycho-pedagogical, epistemological and didactic questions that educational research will have to address but has not yet done it for lack of such clarification.

In a broader context, this panoramic distinction is also important in that it will allow us to clarify the vision with which we intend to introduce elementary ideas related to Calculus in early education, and particularly in secondary schools.

Participation dynamics

It is hoped that the participants of the Working Group (at least some of them), after analyzing the base document, will be able to contribute short essays related to the three aspects of the topic for analysis and discussion, as well as enrich the contributions of others.

Group work organization

The organization of the group work is planned in two stages. In the stage prior to PMENA 2020, researchers who have been working along the lines of the proposed theme will be contacted and invited to join the group, become familiar with the base document and prepare their essays or contributions, which will be made available to the group in the first week of October 2020. In the second stage, during the meeting, three 90-minute sessions will be structured to present the essays and discuss them. To conclude, a final presentation will be made by those in charge of the Working Group, who will summarize what has been achieved and outline the tasks for the future.

In order to make the Group's work as productive as possible, the discussion and analysis sessions will be structured based on the three lines mentioned above as follows:

First Session. Need for a clear and systematic distinction of didactic contrasts between Calculus and Mathematical Analysis. Epistemological, cognitive and didactic problems that emerge from this distinction.

Second Session. Curricular impact that this distinction would have on pre-university and university courses in Calculus for non-mathematicians. General outline of the main characteristics of these courses. Early Calculus curriculum.

Third session. Reorientation of educational research towards new psycho-pedagogical, epistemological and didactic problems that emerge as a result of the didactic reconceptualization of Calculus and Mathematical Analysis.

Reference

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994) Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.

GRUPO DE TRABAJO: CONTRASTES DIDÁCTICOS ENTRE CÁLCULO Y ANÁLISIS

WORKING GROUP: DIDACTIC CONTRASTS BETWEEN CALCULUS AND ANALYSIS

Fabio Augusto Milner
Arizona State University, USA
fmilner@mainex1.asu.edu

José Ramon Jiménez Rodríguez
Universidad de Sonora, Mexico
jimenez@mat.uson.mx

Se propone un nuevo Grupo de Trabajo. En otros foros, tanto de PME como de ICMI, han fundado grupos de trabajo centrados en el análisis de la problemática de la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo y el Análisis, tanto en el nivel preuniversitario como universitario, pero sin partir de una caracterización clara y explícita de las diferencias que podrían existir entre estas dos áreas del conocimiento matemático y, en consecuencia, sin plena consciencia de las implicaciones que dicha distinción podría tener tanto para la investigación educativa como para la enseñanza. Esta es precisamente la temática que se pretende abordar. Se intentará sostener dicho Grupo de Trabajo hasta lograr la maduración de las ideas que en él se planea discutir.

Palabras clave: Precálculo, Cálculo, Análisis Matemático

Objetivo del Grupo de Trabajo

Identificar y caracterizar las diferencias conceptuales, epistemológicas y didácticas entre el Cálculo y el Análisis Matemático, para guiar tanto la problemática específica de investigación educativa, como la selección de contenidos de un curso de Cálculo preuniversitario o universitario para no matemáticos.

Estrategia

Promover el intercambio de ideas y la discusión entre expertos invitados, así como entre los participantes, en torno al tema planteado y su objetivo. Se apoyará dicho trabajo mediante la presentación de un documento base para la discusión, elaborado por quienes proponen este nuevo Grupo de Trabajo.

Investigadores invitados

Luis Moreno Armella, Cinvestav, Mexico

Irene Biza, U. of East Anglia, UK

Fernando A. Hitt Espinoza, University of Quebec at Montreal, Canada

Anatoli Kouropatov, David Yellin and Levinsky College of Education, Israel

Patrick W. Thompson, Arizona State University, USA

Tin Lam Toh, National Institute of Education, Singapore

Laurent Vivier, University of Paris Diderot, France

Coordinador del Grupo de Trabajo

Fabio Augusto Milner, Arizona State University

Referentes teóricos

A partir de los referentes teóricos proporcionados por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemáticas EOS (Godino y Batanero, 1994), los investigadores han estado haciendo distintos esfuerzos para caracterizar tanto al Análisis Matemático como al Cálculo Diferencial e Integral, distinguiendo las *situaciones problema* que aborda cada uno de ellos, así como los *objetos matemáticos* que se emplean y emergen en el desarrollo histórico de cada una de estas dos áreas del conocimiento matemático. En particular, se ha puesto énfasis en identificar y caracterizar algunos de

los *sistemas de prácticas matemáticas* y de los *objetos primarios* (situaciones problema, lenguaje, procedimientos, propiedades, argumentaciones y conceptos) en cada una de estas dos disciplinas.

Es importante, sin embargo, sistematizar y organizar los resultados parciales de estos esfuerzos en tres direcciones. En primer lugar, es importante tratar de identificar y caracterizar el mayor número de contrastes entre Cálculo y Análisis, a fin de que la distinción sea lo más completa posible. En segundo lugar, es importante analizar dichos contrastes desde el punto de vista de las posibilidades cognitivas y de las necesidades profesionales de los estudiantes (preuniversitarios y universitarios) que se inscriben en un curso de Cálculo. Esto último concierne de manera directa al diseño curricular del curso de Cálculo. En tercer lugar, y esto nos parece fundamental, es importante identificar, a la luz de dichos contrastes, las nuevas cuestiones psicopedagógicas, epistemológicas y didácticas que la investigación educativa deberá abordar y que no la ha hecho por falta de dicha clarificación.

En un contexto más amplio, esa distinción panorámica también es importante por cuanto permitirá precisar la visión con la que se pretenden introducir ideas elementales relacionadas con el Cálculo en la enseñanza temprana, y particularmente en la escuela secundaria.

Dinámica de participación

Se espera que los participantes del Grupo de Trabajo (al menos algunos de ellos), luego de analizar el documento base, puedan aportar ensayos breves relacionados con los tres aspectos del tema motivo de análisis y discusión, así como enriquecer las contribuciones de los demás.

Organización del trabajo del Grupo

Se planea organizar el trabajo del grupo en dos etapas. En la etapa previa a la realización de PMENA 2020, se contactará a investigadores que han estado trabajando en la línea de la temática propuesta y se los invitará a integrarse al grupo, familiarizarse con el documento base y preparar sus ensayos o aportes, que pondrán a disposición del grupo en la primera semana de octubre de 2020. En la segunda etapa, durante la celebración del encuentro, se estructurarán las tres sesiones de 90 minutos para la presentación de los ensayos y la discusión de los mismos. Para concluir se realizará una presentación final a cargo de los responsables del Grupo de Trabajo, quienes harán un balance de lo conseguido y esbozarán las tareas para el futuro encuentro.

A fin de que el trabajo del Grupo resulte lo más productivo posible, las sesiones de discusión y análisis se estructurarán con base en las tres líneas arriba mencionadas como sigue:

Primera Sesión. Necesidad de una distinción clara y sistemática de los contrastes didácticos entre el Cálculo y el Análisis Matemático. Los problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos que emergen de dicha distinción.

Segunda Sesión. El impacto curricular que dicha distinción tendría sobre los cursos preuniversitarios y universitarios de Cálculo para no matemáticos. Esbozo general de las principales características de dichos cursos. El currículo de Cálculo temprano.

Tercera Sesión. La reorientación de la investigación educativa hacia los nuevos problemas psicopedagógicos, epistemológicos y didácticos que emergen como resultado de la reconceptualización didáctica del Cálculo y el Análisis Matemático.

Referencia

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994) Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.